

P13-2008-172

А. Д. Волков

**ВОПРОСЫ КОНТРОЛЯ СМЕЩЕНИЯ  
ХОЛОДНОЙ МАССЫ КРИОМОДУЛЯ**

Направлено в журнал «Приборы и техника эксперимента»

---

E-mail: [volkov@nusun.jinr.ru](mailto:volkov@nusun.jinr.ru)

Волков А. Д.

P13-2008-172

Вопросы контроля смещения холодной массы криомодуля

Рассматриваются вопросы использования проволочного позиционного монитора (WPM) для определения положения сверхпроводящих ускорительных секций (cavity) в криомодуле, который является основным структурным элементом современных линейных ускорителей. Предложена схема согласованного включения WPM в систему измерения смещения холодной массы. Разработан новый, мотивированный подход к нахождению зависимости смещения от амплитуд сигналов с координатных электродов и параметров монитора. Эта зависимость учитывает диаметр  $2R$  проволочки и в диапазоне малых смещений  $r \leq 0,15R$  описывает величину с точностью, на порядок превышающей уже известную. Впервые показана возможность использования двухстриповых проволочных мониторов, что существенно уменьшает стоимость системы контроля смещения холодной массы криомодулей при сохранении точности измерения.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В. П. Дзелепова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2008

Volkov A. D.

P13-2008-172

Problems of Monitoring the Cryomodule Cold Mass Displacement

The paper deals with the problems of using the wire position monitor (WPM) for determining the position of superconducting accelerating cavities in the cryomodule which is the main structure element of modern linear accelerators. The circuit of matched connection of the WPM into the cold mass displacement measurement system is proposed. A new appropriately grounded approach to determination of the relation between the displacement and the amplitudes of the coordinate electrode signals and the monitor parameters is developed. This relation takes into account the wire diameter  $2R$  and describes the quantity  $r$  with an accuracy order of magnitude better than the previous one in the range of small displacements  $r \leq 0.15R$ . For the first time it is shown that two-strip wire monitors can be used, which substantially reduces the cost of the cold mass displacement monitoring system for cryomodules while the measurement accuracy is preserved.

The investigation has been performed at the Dzhelepov Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2008

## ВВЕДЕНИЕ

В Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ группа Ю.А.Будагова участвует в разработке конструкции криомодулей нового поколения и методов контроля положения их компонентов в процессе работы. Элементы криомодуля, работающие в диапазоне температур 2–8 К, называют холодной массой. Они подвержены сильному температурному влиянию, и поэтому требуется непрерывный контроль за их пространственным положением. Прямые измерения смещения элементов в процессе работы недоступны из-за особенностей конструкции и условий функционирования криомодуля. В качестве датчиков положения, включая и процедуру юстировки модулей, широкое применение нашли проволочные позиционные мониторы (WPM) [1–5], обеспечивающие определение смещения косвенным методом.

Привлекательной возможностью мониторов является их способность регистрировать низкочастотную вибрацию криомодулей, вызываемую колебаниями земной поверхности и работой мощных систем ускорителя [6, 7]. Изменение положения холодной массы криомодуля в поперечном сечении  $xy$  определяется по функции смещения (ФС) — зависимости амплитуды сигналов монитора от величины смещения. Изменение положения в продольном направлении компенсируется за счет сильфонного соединения криомодулей и WPM и не регистрируется. Полученная в работе [3] функция смещения автору представляется спорной, что побудило его выполнить соответствующие расчеты и устранить противоречия. Важным условием при определении смещения является отсутствие искажений сигналов схемой регистрации в процессе измерения. Для этого автором была разработана схема согласованного включения координатных электродов WPM в цепь измерения. Отличительное качество схемы: она сделала возможным регистрировать амплитуду сигналов без отражения и искажения формы, что обеспечивает высокую точность определения величины смещения.

## ПРОВОЛОЧНЫЙ ПОЗИЦИОННЫЙ МОНИТОР

Структурная схема монитора приведена на рис. 1. Монитор состоит из четырех координатных электродов А, В, С, D, выполненных в виде стрипов

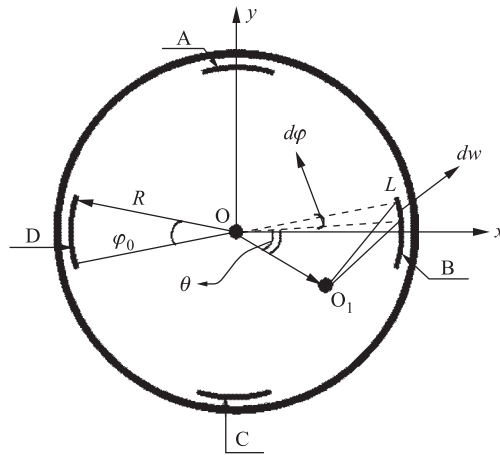


Рис. 1. Структурная схема проволочного позиционного монитора

и помещенных внутри цилиндра с внутренним радиусом  $R$ . Стрипы направлены перпендикулярно плоскости  $xy$  и имеют длину  $\simeq 10$  см. Электроды В, D служат для определения смещения по  $x$ -координате, а электроды А и С — по  $y$ -координате. Цилиндр монитора жестко связан с холодной массой криомодуля. Внутри монитора проходит проволочка, которая крепится в специальных боксах. Боксы располагаются на концах криомодуля и не имеют связи с его массой. Конструкция боксов (рис. 2) позволяет компенсировать температурные изменения длины проволочки при постоянной силе натяжения. Проволочка служит «нулевой точкой» (O) в системе координат, задаваемой электродами. Обычно используется проволочка из бериллиевой бронзы диаметром 500 мкм. Относительно нее измеряется смещение холодной массы криомодуля. Первоначально положение проволочки относительно криомодуля прецизионно определяется с помощью других датчиков положения.

Вдоль криомодуля, длина которого составляет  $\simeq 12$  м, для контроля смещения устанавливается несколько мониторов. Между мониторами проволочка экранируется с помощью трубки диаметром, равным диаметру цилиндра монитора, и образует для тестового сигнала волновод по всей длине криомодуля. При малых смещениях волновое сопротивление проволочки вдоль криомодуля изменяется незначительно, что определяет квазиидентичные условия работы всех мониторов. В зависимости от диаметров проволочки и трубки волновое сопротивление варьирует в диапазоне 180–240 Ом. Следует отметить, что внутренняя форма WPM и экранной трубки должна быть одинаковой. Это обеспечивает постоянство волнового сопротивления и отсутствие отра-

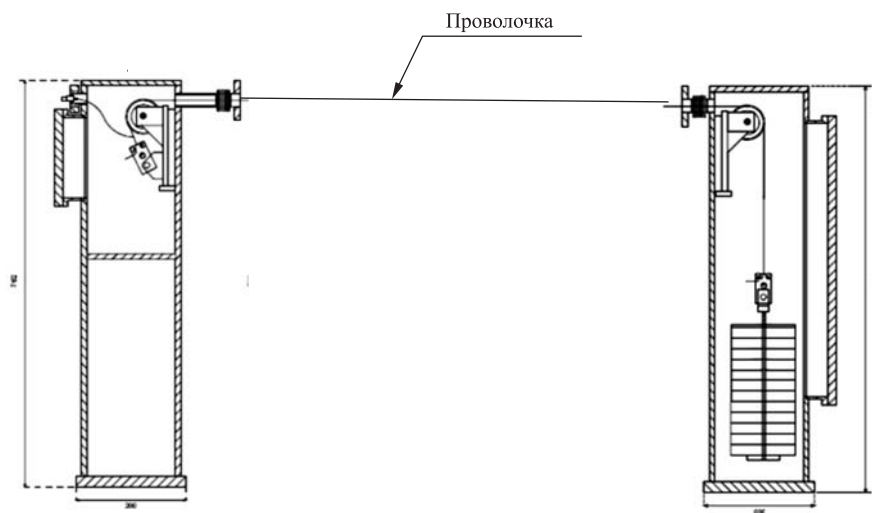


Рис. 2. Начальный и окончный узлы крепления проволоки

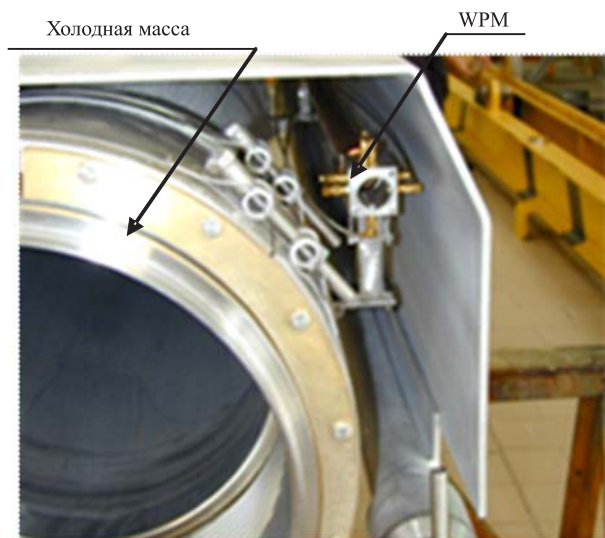


Рис. 3. Соединение WPM с холодной массой

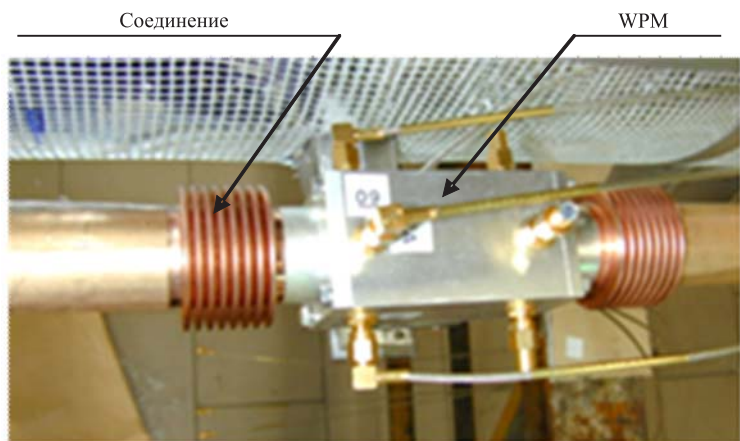


Рис. 4. Соединение WPM с экранной трубкой

жений. Соединение WPM с холодной массой криомодуля и экранной трубкой показано на рис. 3 и 4. Рис. 2–4 взяты из [2–4].

### ВКЛЮЧЕНИЕ МОНИТОРА В СИСТЕМУ ИЗМЕРЕНИЯ

Метод включения электродов WPM в цепь обратной электромагнитной волны описан R. E. Shafer [8]. Метод разработан для регистрации положения пучка с помощью стрипового монитора (Beam Position Monitor) и является неразрушающим. Частицы пучка, летящие внутри экранной трубки, индуцируют на ее внутренней стороне сигнал тока обратной полярности. С помощью стриповых электродов, помещенных внутри трубки, сигнал (ток или напряжение) регистрируется, и по известной функции смещения вычисляется отклонение пучка.

Применительно к WPM источником сигнала служит внешний генератор, с которого на проволочку подается непрерывный синусоидальный сигнал постоянной частоты 100–150 МГц и амплитуды 1–8 В. Смещение стриповых электродов, вызываемое смещением холодной массы относительно проволочки, приводит к изменению амплитуды сигнала на них. Зная функцию смещения, можно вычислять его величину по результатам измерений амплитуд сигналов с координатных электродов. В системе измерения стрип одновременно включен в цепь распространения тестового сигнала по проволочке и в цепь распространения индуцированного сигнала по стрипу. Результаты

измерения смещения в значительной степени зависят от согласования волновых сопротивлений стрипа  $Z_{SL}$  и линии  $Z_{TL}$  [8]. Согласованное включение монитора  $Z_{TL} = Z_{SL}$  позволяет получить максимальную амплитуду сигнала на стрипе при отсутствии отражений. Авторы [3] ошибочно выполнили согласование стрипа с волновым сопротивлением кабеля  $Z_{SL} = Z_0 = 50 \text{ Ом}$ , что приводит к отражению сигнала регистрации и уменьшению его амплитуды в три раза.

Чтобы избежать интерференции сигналов в линии и на стрипе, скорость их распространения должна быть одинаковой. Скорость распространения электрического сигнала определяется соотношением

$$v = 1/\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon_0, \mu_0$  — диэлектрическая и магнитная постоянные вакуума;  $\varepsilon$  — диэлектрическая постоянная среды между электродами и  $\mu$  — магнитная постоянная материала. Согласование скоростей достигается выбором материалов проволоочки и стрипа ( $\mu$ ) и конструкции электродов WPM ( $\varepsilon$ ).

Необходимо учитывать, что при передаче сигнала регистрации по кабелю с волновым сопротивлением 50 Ом на приемном конце требуется согласующая нагрузка  $Z_0 = 50 \text{ Ом}$ . Для согласованного включения стрипа в цепь измерения оба его конца должны быть согласованы с волновым сопротивлением линии. Рекомендуемая автором схема согласованного включения стрипа в измерительную цепь показана на рис. 5. Конец стрипа, с которого реги-

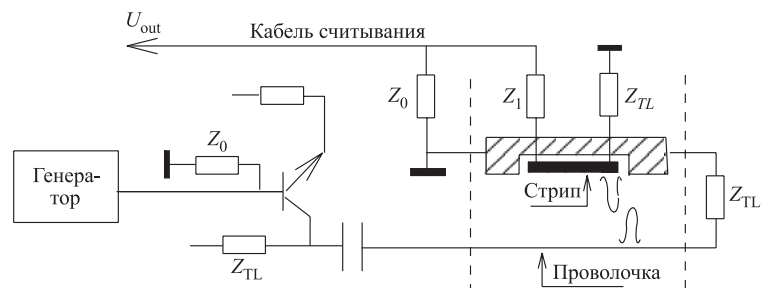


Рис. 5. Согласованное включение стрипа в измерительную цепь

стрируется сигнал, согласуется с помощью компенсирующего резистора  $Z_1$  и  $Z_0$  в соотношении

$$Z_1 = Z_{TL} - Z_0 \quad (2)$$

К противоположному концу стрипа подключается сопротивление  $Z_{TL}$ . Поскольку температурные изменения при работе криомодуля влияют на величину волнового сопротивления линии, целесообразно также и к входу линии

тестового сигнала подключить волновую нагрузку. Согласованная нагрузка на входе подавит повторные отражения сигнала. Тестовый сигнал поступает на проволочку через буферный транзисторный повторитель и разделительную емкость  $C$ . Применение коллекторного выхода транзисторного повторителя позволяет использовать его нагрузку для согласования передающей линии и одновременно избежать взаимовлияния цепей возбуждения и регистрации.

### ФУНКЦИЯ СМЕЩЕНИЯ ХОЛОДНОЙ МАССЫ

**Постановка задачи.** Величина смещения холодной массы вычисляется по функции смещения, в которой входными параметрами являются измеряемые амплитуды сигналов с координатных электродов WPM. Автор попытался устранить очевидное противоречие функции смещения, полученной в работе [3]. При относительном смещении  $x = 0,5$ ;  $y = 0$  представленная функция дает значение параметра  $D_x \approx 1,25$ , что противоречит его определению. Максимальное значение параметра не может превышать единицы. С другой стороны, требование определять смещение с точностью лучше 200 мкм обязывает учитывать влияние диаметра проволочки. Настоящий вывод функции смещения сделан для диапазона смещений холодной массы  $r \leq 0,15R$  в предположении: а) заряд на проволочке представлен точечным; б) заряд расположен на поверхности проволочки и смещен относительно ее центра на расстояние, равное радиусу проволочки.

**Физическая мотивировка.** Тестовый сигнал  $I_0$ , передаваемый по проволочке в нагрузку  $Z_{TL}$ , вызывает на внутренней стенке экранной трубки протекание тока обратной полярности. Часть этого тока  $I_S$  протекает по стрипу. Индуцированный в стрипе ток при нулевом смещении относительно проволочки равен

$$I_S = -\frac{w_0}{2\pi R} \cdot I_0 = -\frac{\varphi_0}{2\pi} \cdot I_0 \quad (3)$$

Вследствие параллельного соединения резисторов  $Z_{TL}$  и  $Z_{SL}$  через нагрузку  $Z_0$  протекает половина тока, поэтому амплитуда сигнала  $U_{out}$  составляет

$$U_{out} = -\frac{w_0}{2\pi R} \cdot I_0 \cdot Z_{TL} || Z_{SL} = -\frac{w_0}{4\pi R} \cdot I_0 \cdot Z_{TL} = -\frac{\varphi_0}{4\pi} \cdot I_0 \cdot Z_{TL}. \quad (4)$$

В соотношениях (3), (4)  $w_0$  и  $\varphi_0$  — соответственно линейная и угловая ширина стрипа;  $R$  — внутренний радиус монитора. При смещении стрипа относительно центра проволочки на величину  $r$  амплитуда сигнала изменяется. Рассмотрим случай малых смещений, когда  $Z_{TL}$  можно считать постоянной величиной. В рассматриваемом диапазоне смещений плотность тока  $i_s$  в каждой точке стрипа можно выразить зависимостью (3) с учетом расстояния



между провололочкой и точкой стрипа  $L(r, \theta, \varphi)$ :

$$i_s = -\frac{I_0}{2\pi L(r, \theta, \varphi)} \quad (5)$$

Применяемые при вычислениях обозначения приведены на рис. 1, где:  $r$  — величина смещения;  $\theta$  — угол смещения;  $\varphi$  — азимутальный угол рассматриваемой точки стрипа. Расстояние между провололочкой и стрипом  $O_1L = L(r, \theta, \varphi)$  должно вычисляться вдоль силовых линий электрического поля, индуцируемого зарядами на провололочке. Силовые линии поля направлены по нормали к поверхности проволоочки и стрипа, поэтому они имеют изгиб в области стрипа. Поскольку поле слабое, то величина изгиба мала по сравнению с расстоянием между стрипом и провололочкой. В этом случае расстояние  $L(r, \theta, \varphi)$  можно аппроксимировать прямой линией, длина которой с учетом диаметра проволоочки  $d$  определяется из тригонометрического соотношения

$$L(r, \theta, \varphi) = \sqrt{R^2 + r^2 - 2rR \cos(\varphi - \theta)} - \frac{d}{2} \approx R \left[ 1 + \frac{r^2}{2R^2} - \frac{d}{2R} - \frac{r}{R} \cdot \cos(\varphi - \theta) \right]. \quad (6)$$

При разложении подкоренного выражения (6) в ряд Тейлора использовался только член первого порядка малости. Ток в стрипе равен интегралу от его плотности по ширине стрипа  $w$ :

$$I_B = \int_{-w'_0/2}^{w_0/2} i_s dw \approx -\frac{I_0}{2\pi} \int_{-\varphi_0/2}^{\varphi_0/2} \left[ 1 + \frac{r}{R} \cos(\varphi - \theta) - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{d}{2R} \right] d\varphi =$$

$$= -\frac{\varphi_0}{2\pi} \cdot I_0 \left[ 1 - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{d}{2R} + \frac{2}{\varphi_0} \cdot \frac{r}{R} \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{\varphi_0}{2} \right]. \quad (7)$$

При вычислении интеграла (7) использовалось приближенное выражение

$$\frac{1}{1 \mp \frac{r}{R} \cdot \cos(\varphi - \theta) + \frac{r^2}{2R^2} - \frac{d}{2R}} \approx 1 \pm \frac{r}{R} \cos(\varphi - \theta) - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{d}{2R}. \quad (8)$$

Линейная  $w$  и угловая  $\varphi$  ширина стрипа связаны соотношением

$$dw = Rd\varphi. \quad (9)$$

Соответственно ток в других стрипах составит

$$I_D = -\frac{\varphi_0}{2\pi} \cdot I_0 \left[ 1 - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{d}{2R} - \frac{2}{\varphi_0} \cdot \frac{r}{R} \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{\varphi_0}{2} \right], \quad (10)$$

$$I_A = -\frac{\varphi_0}{2\pi} \cdot I_0 \left[ 1 - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{d}{2R} + \frac{2}{\varphi_0} \cdot \frac{r}{R} \sin \theta \cdot \sin \frac{\varphi_0}{2} \right], \quad (11)$$

$$I_C = -\frac{\varphi_0}{2\pi} \cdot I_0 \left[ 1 - \frac{r^2}{2R^2} + \frac{d}{2R} - \frac{2}{\varphi_0} \cdot \frac{r}{R} \cdot \sin \theta \cdot \sin \frac{\varphi_0}{2} \right]. \quad (12)$$

**Функция смещения.** Смещение холодной массы по осям  $x, y$  находится из решения системы уравнений (7), 10)–(12). Решение системы уравнений приводится в приложении 1. Полученная функция смещения имеет вид

$$x \approx \left( 1 + \frac{d}{2R} \right) D_x - 0,5 (D_x^2 + D_y^2), \quad (13)$$

$$y \approx \left( 1 + \frac{d}{2R} \right) D_y - 0,5 (D_x^2 + D_y^2). \quad (14)$$

«Difference over sum» параметры  $D_x, D_y$  вычисляются по формулам

$$D_x = \frac{U_B - U_D}{U_B + U_D}, \quad D_y = \frac{U_A - U_C}{U_A + U_C}, \quad (15)$$

где  $U_A, U_B, U_C, U_D$  — регистрируемые сигналы с координатных стрипов.

Определить смещение холодной массы можно и с помощью любых двух пикап-электродов, расположенных ортогонально, например А и В. Отметим, что эталонная величина сигнала при отсутствии смещения  $U_0$  составляет

$$U_0 = -\frac{\varphi_0}{2\pi} \cdot I_0 \cdot Z_0 \quad (16)$$

В этом случае смещение можно представить функцией амплитуды сигналов с выбранных электродов, отнормированных на эталонную величину (16), и решить систему из двух уравнений. Амплитуды сигналов на стрипах А и В определяются соотношениями (7), (11). Решение системы уравнений (7), (11) с учетом нормировки приводится в приложении 2. В этом случае функция смещения для двухстрипового WPM получается квадратичной:

$$y = S_y + 0.25 (S_x - S_y)^2 - \frac{d}{2R}, \quad (17)$$

$$x = S_x + 0.25 (S_x - S_y)^2 - \frac{d}{2R}, \quad (18)$$

$$S_x = \frac{U_B - U_0}{U_0}, \quad S_y = \frac{U_A - U_0}{U_0}. \quad (19)$$

**Сравнительный анализ функций смещения.** Как показано выше, задача определения смещения холодной массы успешно решается с применением двухстрипового WPM. Использование такого монитора позволяет вдвое сократить количество регистрирующей электроники и кабелей считывания и уменьшить затраты на монтаж системы контроля смещения на базе WPM. С математической точки зрения, четырехстриповый монитор является избыточным для описания двух неизвестных величин смещения  $x, y$ .

Точность определения смещения с помощью двухстрипового монитора превосходит точность четырехстрипового. Это объясняется тем, что параметры  $D_x, D_y$  (22), (23) определяются приближенно вследствие аппроксимации многочлена в знаменателе, а параметры  $S_x, S_y$  определяются более точными соотношениями (37), (38). Поправочный член в выражениях (37), (38) имеет вторую степень, тогда как в выражениях (22), (23) он описывается третьей степенью. Величины  $D_x, D_y$  и  $S_x, S_y$  имеют одинаковую точность измерения.

Преимуществом четырехстрипового WPM является отсутствие влияния температуры на параметры  $D_x, D_y$ . В случае двухстрипового монитора нормировочная величина  $U_0$  подвержена температурному влиянию через сопротивления  $Z_{TL}$  и сопротивления проволоочки  $Z_W$ . Поэтому при использовании двухстрипового WPM требуется его предварительная калибровка.

Вариант четырехстрипового монитора позволяет использовать его в качестве четырех независимых двухстриповых мониторов. В этом случае каждая пара  $x, y$  координатных стрипов может использоваться для определения смещения в качестве независимых мониторов, а среднее значение смещения будет иметь меньшую ошибку. Ошибка определения смещения в диапазоне  $0 \leq x, y \leq 0,15$  по формулам (13), (14), (17), (18) составляет менее 5%. В случае больших смещений ошибка возрастает, и для получения точного значения смещения требуется корректировка разложений (6), (8), а также учет членов третьей степени при разложении в ряд Тейлора выражений (32), (33). Зависимости (13), (14), (17), (18) применимы и при контроле положения пучка с помощью пучкового монитора (BPM).

## ВЫВОДЫ

— Предложена схема согласованного включения WPM в систему измерения смещения холодной массы криомодуля. Указаны причины, вызывающие рассогласование, и рассмотрено их влияние на результаты определения величины смещения.

— Выполнены расчеты зависимости смещения холодной массы с учетом диаметра проволоочки. Полученная функция смещения в диапазоне  $r \leq 0,15R$  описывает его величину с точностью, на порядок превышающую уже известную [3, 8].

— Впервые показана возможность регистрации смещения с помощью двустриповых мониторов, образующих ортогональную систему координат.

— Вариант использования четырехстрипового WPM в качестве четырех независимых двустриповых WPM позволяет вдвое повысить точность определения смещения холодной массы.

— Полученные результаты представляют интерес для контроля положения пучка в выводной трубе. Метод контроля является неразрушающим и обеспечивает высокую точность определения положения.

**Благодарности.** Автор благодарен Ю. А. Будагову и Г. Д. Ширкову за поддержку работы, А. В. Куликову за ценные замечания при подготовке публикации, О. Л. Климову за плодотворные обсуждения проблемы.

### Приложение 1

Смещение холодной массы по осям находится из решения системы уравнений (7), (10)–(12). При решении обычно берут их относительные величины:

$$x = \frac{r}{R} \cdot \cos \theta; \quad y = \frac{r}{R} \cdot \sin \theta; \quad x^2 + y^2 = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (20)$$

и применяется приближение

$$\sin a\varphi_0 \approx a\varphi_0, \quad (21)$$

справедливое для малых углов. Вместо тока удобнее измерять амплитуды напряжения на соответствующих электродах  $U_A, U_B, U_C, U_D$ , которые равны произведению тока на величину нагрузки:  $U = IZ_0$ . Процедура решения обычно предусматривает введение параметров  $D_x, D_y$ . Эти параметры измеряются экспериментально и упрощают процедуру вычислений смещения. Они получили название «difference over sum»:

$$D_x = \frac{U_B - U_D}{U_B + U_D} = \frac{\frac{4}{\varphi_0} \cdot \frac{r}{R} \cdot \cos \theta \cdot \sin \frac{\varphi_0}{2}}{2 - \frac{r^2}{R^2} + \frac{d}{2R}} \approx x \cdot \left[ 1 - \frac{d}{2R} + 0.5(x^2 + y^2) \right], \quad (22)$$

$$D_y = \frac{U_A - U_C}{U_A + U_C} = \frac{\frac{4}{\varphi_0} \cdot \frac{r}{R} \cdot \sin \theta \cdot \sin \frac{\varphi_0}{2}}{2 - \frac{r^2}{R^2} + \frac{d}{2R}} \approx y \cdot \left[ 1 - \frac{d}{2R} + 0.5(x^2 + y^2) \right]. \quad (23)$$

Взаимосвязь между параметрами и смещением выражается соотношением

$$x = y \cdot \frac{D_x}{D_y}. \quad (24)$$

После подстановки соотношения (16) в уравнение (15) получим

$$(D_x^2 + D_y^2) \cdot y^3 + 2D_y^2 \left(1 - \frac{d}{2R}\right) \cdot y - 2D_y^3 = 0. \quad (25)$$

Уравнение (23) приводится к каноническому виду:

$$y^3 + 3py - 2q = 0, \quad (26)$$

где

$$p = \frac{2}{3} \cdot \frac{D_y^2 \left(1 - \frac{d}{2R}\right)}{D_x^2 + D_y^2}, \quad q = \frac{D_y^3}{D_x^2 + D_y^2}. \quad (27)$$

Согласно Д. Кардано решение уравнения (24) ищется в виде

$$y = \sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v}. \quad (28)$$

Функции находятся из решения системы уравнений

$$u - v = 2q, \quad u \cdot v = p^3. \quad (29)$$

Решением данной системы являются функции

$$u = \sqrt{q^2 + p^3} + q, \quad v = \sqrt{q^2 + p^3} - q. \quad (30)$$

Оценим соотношение величин  $p^3$  и  $q^2$ :

$$\frac{p^3}{q^2} = \frac{8 \left(1 - \frac{d}{2R}\right)^3}{27 (D_x^2 + D_y^2)} \approx \frac{0.295}{D_x^2 + D_y^2}. \quad (31)$$

При смещениях  $r \leq 0,15R$  выполняется соотношение

$$D_x^2 + D_y^2 \leq 0,295 \quad (32)$$

и доминирует член  $p^3$ , а при больших смещениях доминирует  $q^2$ . В случае малых смещений, представляющем основной интерес, подкоренные выражения можно разложить в ряд Тейлора:

$$\sqrt{q^2 + p^3} \approx p^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{q^2}{2p^3}\right), \quad (33)$$

$$\sqrt[3]{1+x} \approx 1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \frac{x^3}{81}. \quad (34)$$

Согласно данным разложениям, смещение по оси  $y$  составит

$$\begin{aligned}
y &\approx \sqrt[3]{\sqrt{q^2 + p^3} + q} - \sqrt[3]{\sqrt{q^2 + p^3} - q} \approx \\
&\approx \sqrt{p} \cdot \left[ \sqrt[3]{1 + \frac{q}{p^{\frac{3}{2}}} + \frac{q^2}{2p^3}} - \sqrt[3]{1 - \frac{q}{p^{\frac{3}{2}}} + \frac{q^2}{2p^3}} \right] \approx \\
&\approx \frac{2q}{3p} - \frac{8q^3}{81p^4} \approx \left(1 + \frac{d}{2R}\right) D_y - 0.5D_y (D_x^2 + D_y^2). \quad (35)
\end{aligned}$$

Соответственно:

$$x \approx \left(1 + \frac{d}{2R}\right) D_x - 0.5D_x (D_x^2 + D_y^2). \quad (36)$$

## Приложение 2

Нормировка амплитуд регистрируемых сигналов на величину  $U_0$  дает отношения  $S_x, S_y$ , эквивалентные параметрам  $D_x$  и  $D_y$ :

$$S_x = \frac{U_B - U_0}{U_0} = x - 0.5(x^2 + y^2) + \frac{d}{2R}, \quad (37)$$

$$S_y = \frac{U_A - U_0}{U_0} = y - 0.5(x^2 + y^2) + \frac{d}{2R}. \quad (38)$$

Зависимость между смещением  $x, y$  и параметрами  $S_x, S_y$  в этом случае имеет вид

$$x = y + (S_x - S_y). \quad (39)$$

Подставляя значение  $x$  в выражение (35), получим квадратное уравнение относительно  $y$ :

$$y^2 - [1 - (S_x - S_y)]y + S_y + \frac{(S_x - S_y)^2}{2} - \frac{d}{2R}. \quad (40)$$

Его решение:

$$\begin{aligned}
y &= 0,5 [1 - (S_x - S_y)] \pm \\
&\pm \sqrt{0,25 [1 - (S_x - S_y)]^2 - S_y - 0,5 (S_x - S_y)^2 + \frac{d}{2R}} \approx \\
&\approx 0,5 [1 - (S_x - S_y)] \pm 0,5 \left[ 1 - (S_x + S_y) - 0,5 (S_x - S_y)^2 + \frac{d}{2R} \right]. \quad (41)
\end{aligned}$$

Физический смысл имеет только решение

$$y = S_y + 0,25 (S_x - S_y)^2 - \frac{d}{2R}, \quad (42)$$

$$x = S_x + 0,25 (S_x - S_y)^2 - \frac{d}{2R}. \quad (43)$$

### ЛИТЕРАТУРА

1. *Assmann R., Montag C., Salsberg C.* Beam Line Stability Measurements with a Stretched Wire System in the FFTB, SLAC-PUB-7303, 1996.
2. *Giove D., Bosotti A., Pagani C., Varisco G.* A Wire Position Monitor (WPM) System to Control the Cold Mass Movements inside the TTF Cryomodule; [www.epics.org/cryomodule/7P06.pdf](http://www.epics.org/cryomodule/7P06.pdf), 1997.
3. *Bosotti A., Pagani C., Varisco G.* On Line Monitoring of the TTF Cryostat Cold Mass with Wire Position Monitors; [www.epics.org/cryomodule/INFN-TC-00-02.pdf](http://www.epics.org/cryomodule/INFN-TC-00-02.pdf), 2000.
4. *Bosotti A., Pagani C., Parapella R., Pierini P. et al.* Analysis of the Cold Mass Displacement at the TTF // Proceedings of the EPAC'04, Lucerne, July 2004. P. 1681.
5. *Bedeschi F., Bellettini G., Bosotti A., Carosi R. et al.* A New Wire Position Monitor Readout System for ILC Cryomodules // IEEE Trans. Nucl. Sci. 2007. No. 24–412, P. 1684–1686.
6. *Bosotti A., Pagani C., Parapella R., Pierini P. et al.* The Wire Position Monitor (WPM) as Sensor for Mechanical Vibration for the TTF Cryomodules; [www.srf.mil.infn.it/publications/papers/2005/files/ThP43.pdf](http://www.srf.mil.infn.it/publications/papers/2005/files/ThP43.pdf), 2005
7. *Bosotti A., Pagani C., Parapella R., Pierini P. et al.* Mechanical Vibration Measurements on TTF Cryomodules // PAC 05 — Knoxville (USA), 05/20/2005.
8. *Shafer R. E.* Characteristics of Directional Coupler Beam Position Monitors // IEEE Trans. Nucl. Sci. 1985. NS–32, No. 5, P. 1933–1937.

Получено 27 ноября 2008 г.

Редактор *М. И. Зарубина*

Подписано в печать 04.03.2009.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 1,0. Уч.-изд. л. 1,19. Тираж 305 экз. Заказ № 56525.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)