

P17-2014-30

И. Р. Рахмонов^{a, b, *}, Ю. М. Шукринов^{a, b}, А. Ирие²

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В СИСТЕМЕ
ДЛИННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Направлено в журнал «Письма в ЖЭТФ»

^a Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

^b Физико-технический институт им. С. У. Умарова АН РТ, Душанбе

⁶ Международный университет природы, общества и человека «Дубна»,
Дубна

² Университет Уцуномии, Уцуномия, Япония

* E-mail: rahmonov@theor.jinr.ru; ilhom-tj@inbox.ru

Рахмонов И. Р., Шукринов Ю. М., Ирие А.
Параметрический резонанс в системе длинных
джозефсоновских переходов

P17-2014-30

На основе исследования фазовой динамики системы длинных джозефсоновских переходов (ДП), длина которых превышает джозефсоновскую глубину проникновения, показана возможность возникновения продольной плазменной волны и реализации параметрического резонанса. Расчеты проведены с учетом как индуктивной, так и емкостной связи между джозефсоновскими переходами. Рассчитаны вольт-амперные характеристики, пространственно-временные зависимости электрического заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля во всех ДП системы. В области параметрического резонанса, начиная с определенной длины ДП, наблюдается сосуществование продольной плазменной волны и флюксоновых состояний.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 2014

Rahmonov I. R., Shukrinov Yu. M., Irie A.
Parametric Resonance in the System of Long
Josephson Junctions

P17-2014-30

Based on the investigations of phase dynamics of long Josephson junction system with length larger than the Josephson penetration depth, we show the possibility of appearance of longitudinal plasma wave and realization of parametric resonance. Calculations are performed taking into account both inductive and capacitive coupling between the Josephson junctions. Current-voltage characteristics, spatiotemporal dependence of electrical charge in the superconducting layers and magnetic field in all the Josephson junctions of the system have been calculated. In the parametric resonance region starting from a certain length of Josephson junctions we observe the coexistence of longitudinal plasma waves and fluxon states.

The investigation has been performed at the Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 2014

В высокотемпературных сверхпроводниках, таких как $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, сверхпроводящие и диэлектрические слои образуют систему связанных джозефсоновских переходов (ДП), в которой наблюдается внутренний эффект Джозефсона [1]. Эта система является одним из перспективных объектов сверхпроводящей электроники [2, 3]. Широкие возможности для различных применений представляет когерентное электромагнитное излучение из данной системы в терагерцовой области частот [4]. Однако механизм этого излучения остается неясным до настоящего времени. Ведется интенсивный поиск новых возможностей для увеличения его мощности, которая, по последним данным [5], составляет около 600 мкВт на частоте 0,5 ТГц при использовании нескольких последовательно соединенных стеков. Наиболее интенсивное когерентное излучение соответствует области вольт-амперных характеристик (ВАХ), где происходит переключение с верхней ветви на внутренние [3]. В работе [6] показано, что в этой области ВАХ в результате параметрического резонанса джозефсоновские осцилляции возбуждают продольную плазменную волну (ППВ). Резонанс приводит к увеличению амплитуды осцилляций электрического заряда в сверхпроводящих слоях [6, 7]. До настоящего времени параметрический резонанс в системе связанных ДП исследовался лишь в рамках одномерной модели, т. е. рассматривалась система коротких ДП, для которых длина ДП L меньше джозефсоновской глубины проникновения λ_J . Большинство же экспериментальных результатов связано именно с длинными ДП, в которых $L > \lambda_J$. Поскольку речь будет идти в основном о длинных ДП, в дальнейшем изложении слово «длинный» опускается.

В случае одного ДП в отсутствие внешнего магнитного поля на ВАХ наблюдаются ступеньки нулевого поля [8–10], которые обусловлены наличием флюксонных состояний. В случае системы ДП флюксонные состояния могут возникать в каждом ДП стека. В связи с этим возникает вопрос о возможности сосуществования флюксонных состояний и ППВ.

Для описания системы ДП Сакаем, Бодиним и Педерсеном [11] была предложена модель, учитывающая индуктивную связь между ДП. Емкостная связь в предложенной модели не учитывалась. Обобщение модели на случай обоих типов связи между ДП было проведено Мачидой и Сакаем [12]. Однако в их модели не учитывался диффузионный ток [13], важность которого подчеркивалась в ряде работ [14–16]. Кроме того, исследование ВАХ в рамках обобщенной модели Мачиды и Сакая до настоящего времени не проводилось. Другой принципиальной проблемой, которая также оставалась

не исследованной до настоящего времени, является возможность реализации параметрического резонанса и возбуждения продольной плазменной волны вдоль стека длинных джозефсоновских переходов. Было неясно, какую роль сыграет индуктивная связь: будет ли она способствовать или, наоборот, препятствовать реализации параметрического резонанса. В настоящей работе в рамках обобщенной модели, учитывающей как индуктивную, так и емкостную связь, а также диффузионный ток, проведено подробное исследование ВАХ и пространственно-временных зависимостей электрического заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля во всех ДП. Показано, что в системе длинных ДП, как и в случае системы коротких ДП, возникает продольная плазменная волна и реализуется параметрический резонанс. В области параметрического резонанса, начиная с определенной длины ДП, наблюдается сосуществование продольной плазменной волны и флюксонных состояний.

Рассмотрим систему $N + 1$ сверхпроводящих слоев, которые вместе с промежуточными диэлектрическими слоями образуют систему связанных джозефсоновских переходов. Ось x выбрана вдоль длины L ДП, ось y — вдоль ширины W ДП и ось z перпендикулярна слоям. Сверхпроводящие слои с номерами l и $l - 1$ образуют l -й джозефсоновский переход, который описывается

калибровочно-инвариантной разностью фаз $\varphi_l = \theta_l - \theta_{l-1} - \frac{2e}{\hbar c} \int_{z_{l-1}}^{z_l} A_z dz$,

где θ_l — фаза параметра порядка l -го сверхпроводящего слоя; e — электрический заряд электрона; \hbar — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме и A_z — векторный потенциал барьера. В рассматриваемом случае предполагается, что ширина ДП намного меньше джозефсоновской глубины проникновения магнитного поля ($W \ll \lambda_J$).

Плотность заряда в сверхпроводящем слое определяется выражением

$$Q_l = -\frac{\varepsilon}{4\pi\lambda_e^2} \left(\phi_l + \frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \theta_l}{\partial t} \right), \quad (1)$$

где ε — диэлектрическая проницаемость изолирующего слоя; λ_e — дебаевская длина экранирования; ϕ_l — скалярный потенциал l -го сверхпроводящего слоя и t — время [12]. Учитывая выражение (1), связь между напряженностью

электрического поля и векторным потенциалом $E_z = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial z}$, уравнение Пуассона $\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{4\pi}{\varepsilon} Q$, а также формулу $V = d_I E$, получаем обобщенное соотношение Джозефсона

$$\frac{\hbar}{2e} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1}, \quad (2)$$

где $D_c = 1 + (2\lambda_e/d_I) \coth(d_s/\lambda_e)$ — эффективная электрическая толщина ДП, нормированная на толщины диэлектрического слоя d_I ; $s_c = -\lambda_e/[d_I \sinh(d_s/\lambda_e)]$ — параметр емкостной связи; V_l — напряжение в l -м ДП; d_s — толщина сверхпроводящего слоя [12]. Поскольку d_s/λ_e мало, разлагая $\coth(d_s/\lambda_e)$ и $\sinh(d_s/\lambda_e)$ в ряд Тейлора, можно написать выражения для эффективной электрической толщины ДП и параметра емкостной связи в виде $D_c = 1 + 2\lambda_e^2/(d_I d_s)$ и $s_c = -\lambda_e^2/(d_I d_s)$ соответственно.

Плотность поверхностного тока в сверхпроводящем слое определяется выражением

$$j_{x,l} = -\frac{c}{4\pi\lambda_L^2} \left(A_{x,l} - \frac{\hbar c}{2e} \frac{\partial \theta_l}{\partial x} \right), \quad (3)$$

где λ_L — лондоновская глубина проникновения [12]. С учетом (3) и соотноше-

ний $B_y = -\left(\frac{\partial A_z}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial z}\right)$, $\frac{\partial^2 B_{z,l}}{\partial z^2} = \frac{1}{\lambda_L^2} B_{z,l}$ определяется производная разности фаз по координате

$$\frac{\hbar c}{2eD_{\mathcal{E}}} \frac{\partial \varphi_l}{\partial x} = B_l + SB_{l+1} + SB_{l-1}, \quad (4)$$

где $S = s_{\mathcal{E}}/D_{\mathcal{E}}$ — параметр индуктивной связи, $s_{\mathcal{E}} = -\lambda_L/\sinh(d_s/\lambda_L)$, где $D_{\mathcal{E}} = d_I + 2\lambda_L \coth(d_s/\lambda_L)$ — эффективная магнитная толщина. Отметим, что параметр индуктивной связи S принимает значения в интервале $0 < |S| < 0,5$. Таким образом, система уравнений для разностей фаз и напряжений во всех ДП стека, которая определяет фазовую динамику системы ДП, записывается в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1}, \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = \sum_{n=1}^N \left(\mathcal{L}_{l,n}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} \right) - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} + I, \end{cases} \quad (5)$$

где $\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & & S \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & S & 1 & S & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & & & \dots & 0 & S & 1 \end{pmatrix}$ — матрица индуктивной связи.

В системе уравнений (5) время нормировано на плазменную частоту ДП $\omega_p = \sqrt{8\pi d_I e j_c / (\hbar \varepsilon)}$, напряжение — на $V_0 = \hbar \omega_p / (2e)$, координата x — на джозефсоновскую глубину проникновения $\lambda_J = \sqrt{\hbar c^2 / (8\pi e j_c D_{\mathcal{E}})}$, ток —

на критический ток j_c , магнитное поле B — на $B_0 = hc/(2eD_E\lambda_J)$. Здесь $\beta = \sigma V_0/(d_I j_c)$ — параметр диссипации.

Система уравнений (5) решается численно с использованием метода Рунге–Кутты четвертого порядка. Для вычисления ВАХ проводится усреднение $V_i(x, t)$ по координате и времени. На каждом шаге по времени проводится интегрирование напряжения по координате по методу Симпсона и усреднение $\bar{V}(t) = (1/L) \int_0^L V_i(x, t) dx$. Напряжение усредняется по времени

с использованием формулы $V = 1/(T_{\max} - T_{\min}) \int_{T_{\min}}^{T_{\max}} \bar{V}(t) dt$; при этом используется метод прямоугольников. Величина внутреннего магнитного поля в ДП определяется производной разности фаз по координате

$$\frac{\partial \varphi_l}{\partial x} = B_l + SB_{l+1} + SB_{l-1}. \quad (6)$$

Плотность электрического заряда в сверхпроводящих слоях вычисляется как разность напряжений в соседних ДП, т. е.

$$Q_l = Q_0(V_{l+1} - V_l), \quad (7)$$

где $Q_0 = \varepsilon V_0/(4\pi d_s d_I)$.

В настоящей работе расчеты проведены для стека с 10 ДП при $\beta = 0,2$ и периодических граничных условиях в нулевом внешнем магнитном поле. При расчетах ток увеличивается от минимального значения $I = 0,01$ до $I_{\max} = 1,1$ и обратно уменьшается до нуля. К базовому току добавляется шум с амплитудой $\delta I = \pm 10^{-8}$. Шаг по координате равен $\Delta x = 0,05$. Временной домен для усреднения составляет 200 с параметром дискретизации $\Delta t = \Delta x/4$. Шаг по току равен 0,005, а в интервале $[0,1-0,95]$ он составляет 0,0001.

Для выделения эффектов, обусловленных системой связанных ДП, мы вначале рассмотрим вкратце *свойства одиночного ДП*. На рис. 1, *a* приведена однопетлевая ВАХ одиночного ДП длиной $L = 5$. Темными стрелками указано направление изменения базового тока при одном его цикле изменения от нуля до $I_{\max} = 1,1$ и обратно до нуля. Мы видим, что при уменьшении базового тока на ВАХ имеются три ступеньки нулевого поля, которые отмечены цифрами 1, 2, 3. Происхождение этих ступенек связано с образованием в ДП флюксонных состояний [17]. Скорость флюксона u определяется выражением $u = [1 + (4\beta/\pi I)^2]^{-1/2}$ [18]. Она нормирована на скорость Свихарта $c_j = \omega_p \lambda_J$. При выполнении условия $u = 1$ периодическое движение флюксона приводит к среднему значению напряжения, выражаемому в виде

$$V_{ZFS} = \frac{2\pi n u}{L}, \quad (8)$$

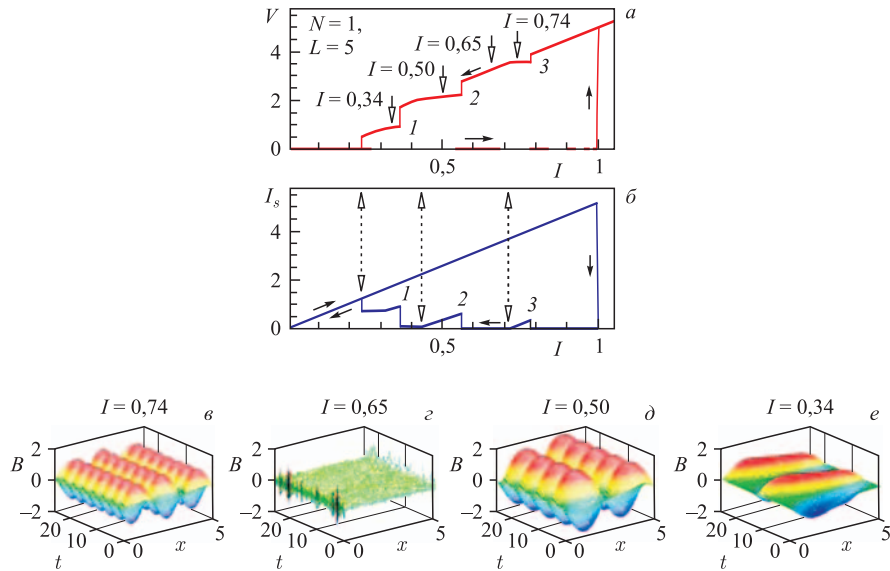


Рис. 1. *a)* ВАХ ДП длиной $L = 5$; *б)* зависимость среднего значения сверхпроводящего тока I_s от величины базового тока I того же ДП; *в)* пространственно-временная зависимость магнитного поля в ДП, соответствующая различным участкам ВАХ при $I = 0,74$; *з)* $I = 0,65$; *д)* $I = 0,50$; *е)* $I = 0,34$

и образованию соответствующей ступеньки на ВАХ. Появление n флюксонов в ДП приводит к возникновению n ступенек на ВАХ [17–20]. В рассчитанной нами ВАХ положение ступенек по напряжению хорошо согласуется с теоретическими оценками, проведенными по формуле (8).

Возникновение флюксонных состояний, являющихся вихрями сверхпроводящего тока, приводит, естественно, к резкому возрастанию среднего значения сверхпроводящего тока и, соответственно, к резкому падению напряжения перед переходом на ступеньки. На рис. 1, б двойными стрелками показано соответствие зависимости среднего значения сверхпроводящего тока от величины базового тока и ВАХ.

Для непосредственной демонстрации флюксонных состояний на рис. 1 приведена пространственно-временная зависимость магнитного поля в ДП при значениях базового тока, соответствующих ступенькам на ВАХ. В области третьей ступеньки при $I = 0,74$ эта зависимость показана на рис. 1, в. Она демонстрирует образование трехфлюксонного состояния в интервале базового тока, соответствующем третьей ступеньке на ВАХ. Вне области ступенек, например при $I = 0,65$ (рис. 1, з), магнитное поле в ДП флуктуирует на уровне шума. Двухфлюксонное состояние при $I = 0,5$, соответствующее вто-

рой ступеньке, показано на рис. 1, *д*. На рис. 1, *е* приведена пространственно-временная зависимость магнитного поля в области первой ступеньки при $I = 0,45$, соответствующая состоянию с одним флюксоном.

Перейдем теперь к исследованию системы ДП с учетом как емкостной, так и индуктивной связи между ДП. На рис. 2, *а* приведена ВАХ десяти ДП длиной $L = 5$, с параметрами индуктивной связи $S = -0,05$ и емкостной связи $D_c = 1,1$, $s_c = -0,05$. Чтобы проследить детально влияние индуктивной связи, мы выбрали значение параметра $S = -0,05$, что соответствует слабой индуктивной связи между ДП.

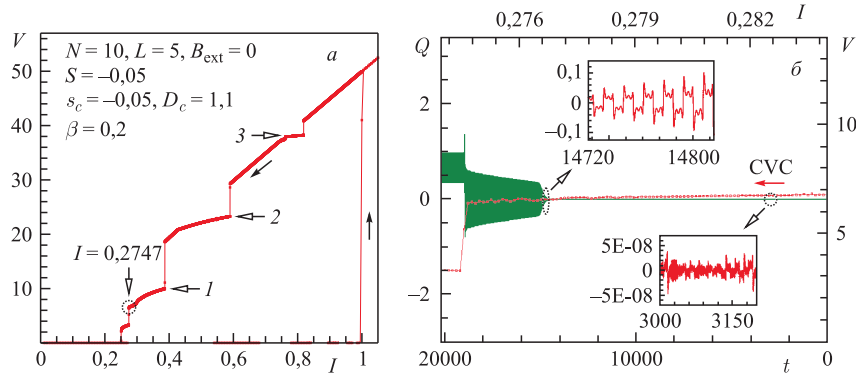


Рис. 2. *а*) ВАХ системы с десятью ДП длиной $L = 5$ при $s_c = -0,05$, $D_c = 1,1$, $S = -0,05$; *б*) временная зависимость электрического заряда, усредненного по координате в первом сверхпроводящем слое, вместе с ВАХ в области параметрического резонанса при тех же значениях параметров модели. Вставки увеличивают части временной зависимости, демонстрирующие характер осцилляций заряда

Как и в случае одиночного ДП, на ВАХ наблюдаются три ступеньки нулевого поля. Они указаны горизонтальными полыми стрелками и отмечены числами 1, 2, 3. Известно [6], что фундаментальный параметрический резонанс в системе коротких ДП соответствует области точки излома на верхней ветви ВАХ (все ДП находятся во вращательном (R) состоянии ($\langle d\varphi/dt \rangle = \text{const}$)), после чего происходит переключение одного или нескольких ДП в осциллирующее (O) состояние ($\langle d\varphi/dt \rangle = 0$). Поэтому в первую очередь следует проанализировать временную зависимость электрического заряда в сверхпроводящих слоях именно в этой области переключения ДП. Ступеньки нулевого поля принадлежат верхней ветви ВАХ, так как они соответствуют R -состояниям ДП. Как показывает анализ распределения среднего значения производной по времени от разности фаз в каждом ДП (или вдоль стека), переключение с верхней ветви ВАХ происходит при $I = 0,2747$, как это указано вертикальной полый стрелкой на рис. 2, *а*.

Временная зависимость усредненного по координате значения заряда в первом сверхпроводящем слое вместе с соответствующей частью ВАХ приведена на рис. 2, б. Как и в случае коротких ДП, при приближении к точке переключения наблюдается рост амплитуды осцилляций электрического заряда в сверхпроводящих слоях. Это указывает на наличие резонанса. Детальный анализ расчетных данных подтверждает, что в этой области реализуется параметрический резонанс $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ и происходит возбуждение продольной плазменной волны вдоль стека ДП. Верхняя вставка на рис. 2, б демонстрирует характер осцилляций в области параметрического резонанса. Нижняя вставка на рис. 2, б показывает, что вдали от области параметрического резонанса заряд осциллирует на уровне шума. В отличие от случая системы коротких ДП [6], область параметрического резонанса здесь значительно шире по току. Кроме того, параметрический резонанс реализуется при меньшем напряжении: $V_{LPW} = 6,6388$, т. е. частота возбуждаемой ППВ ниже, чем в случае коротких ДП.

Как отмечалось выше, одним из основных результатов настоящей работы является предсказание сосуществования флюксонного состояния и ППВ в стеке ДП. Для демонстрации этого факта нами рассчитаны пространственно-временные зависимости заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля в ДП системы. Распределение заряда вдоль стека и вдоль пространственной координаты x при значении базового тока $I = 0,2750$ в фиксированный момент времени представлено на рис. 3, а. Мы видим наличие вдоль стека ДП ППВ с длиной $\lambda = 2$ (λ нормирована на период решетки $d = d_I + d_s$). Распределение заряда оказывается неоднородным вдоль координаты во всех ДП системы, что связано с возбуждением флюксонных (антифлюксонных) состояний. Этот вывод подтверждает распределение магнитного поля в ДП вдоль

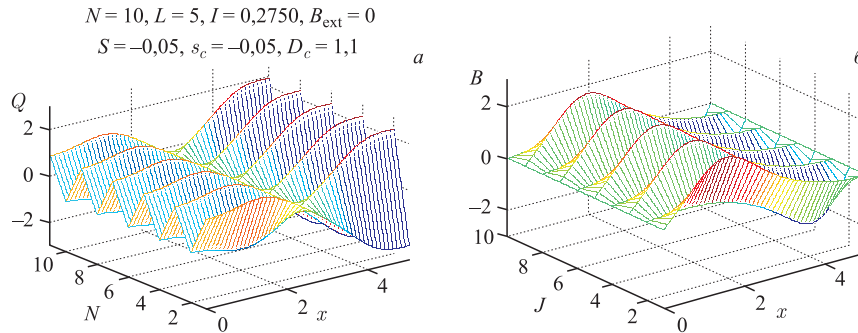


Рис. 3. а) Пространственное распределение электрического заряда в сверхпроводящих слоях (N — номер слоя) в фиксированный момент времени в области параметрического резонанса при $I = 0,2750$ для стека с 10 ДП при тех же значениях параметров, что и на рис. 2; б) то же для магнитного поля в ДП стека (J — номер ДП)

стека и вдоль координаты x , приведенное на рис. 3, *б* при тех же параметрах модели. Данное распределение демонстрирует наличие флюксона (антифлюксона) в каждом ДП стека.

Рассмотрим более детально динамику ППВ и флюксонных состояний в системе длинных ДП. На рис. 4, *а* продемонстрировано одинаковое распределение заряда вдоль координаты x в фиксированный момент времени во всех четных и нечетных сверхпроводящих слоях соответственно. Вертикальные стрелки указывают направление изменения значения заряда, а горизонтальные — направление движения флюксонов. Неоднородность заряда вдоль координаты x обусловлена возникновением флюксонных состояний в ДП. Рис. 4, *б* иллюстрирует пространственно-временную зависимость заряда в первом сверхпроводящем слое. На этом рисунке хорошо просматривается устойчивая динамика осцилляций заряда. Распределение внутреннего магнитного поля вдоль координаты x во всех ДП в фиксированный момент времени, демонстрирующее однофлюксонные состояния, приведено на рис. 4, *в*. Здесь также горизонтальные стрелки указывают направление движения флюксонов, а вертикальные — изменение магнитного поля. Поскольку в этой области в

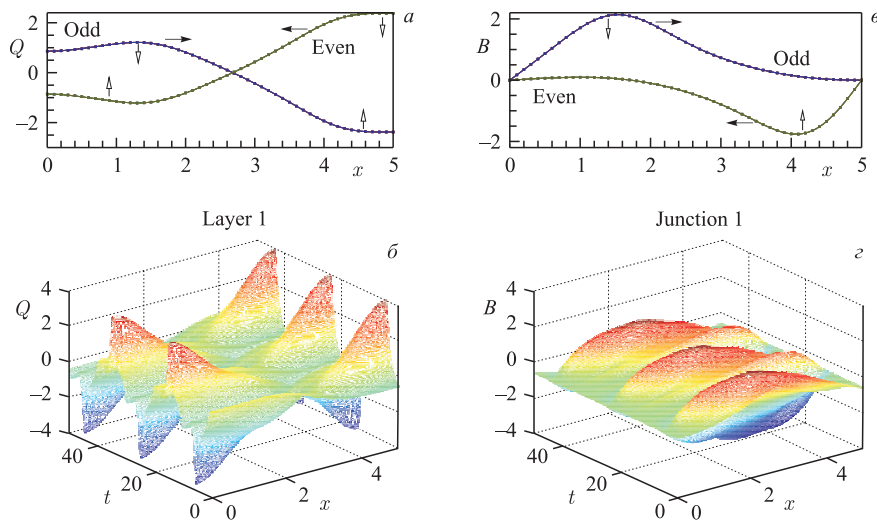


Рис. 4. *а*) Пространственное распределение электрического заряда в четных и нечетных сверхпроводящих слоях в фиксированный момент времени. Вертикальные стрелки указывают направление изменения заряда, а горизонтальные — направление движения флюксона; *б*) динамика пространственного распределения заряда в первом сверхпроводящем слое; *в*) пространственное распределение магнитного поля в четных и нечетных ДП в фиксированный момент времени. Роль стрелок аналогична рис. *а*; *г*) динамика пространственного распределения магнитного поля в первом ДП стека

системе образуется ППВ с волновым числом π (π — мода), флюксонные состояния в соседних (четных и нечетных) ДП оказываются противоположными друг другу. На рис. 4, *з* представлена пространственно-временная зависимость магнитного поля в первом ДП, демонстрирующая устойчивую динамику флюксонного состояния. В остальных ДП наблюдается аналогичное поведение. Приведенные результаты подтверждают возможность реализации параметрического резонанса в системе длинных ДП, который возникает в состоянии, соответствующем флюксонной ветви.

Обсудим кратко возможность экспериментальной реализации исследованных эффектов. Для этого рассчитаем ВАХ и пространственное распределение электрического заряда при величине индуктивной связи, близкой к экспериментальному значению. Экспериментальное значение параметра индуктивной связи в слоистых сверхпроводниках типа BSCCO близко к величине $S = -0,49$ [21]. Значение параметра емкостной связи в этих материалах также соответствует выбранной нами величине $s_c = -0,05$ [12]. ВАХ при этих значениях параметров связи приведена на рис. 5, *а*. В отличие от результата, представленного на рис. 2, *а*, в данном случае ВАХ демонстрирует интенсивные ветвления в гистерезисной области. Анализ среднего значения производной по времени от разности фаз во всех ДП и временной зависимости заряда во всех сверхпроводящих слоях показал, что переключение части ДП из R -состояния в O -состояние происходит при $I = 0,466$. Параметрический резонанс и связанный с этим рост амплитуды заряда в сверхпроводящих слоях начинается при $I = 0,47$, что указано стрелкой на рис. 5, *а*. Пространственное распределение заряда в фиксированный момент времени, представленное на рис. 5, *б*, демонстрирует наличие ППВ с длиной $\lambda = 2$ вдоль стека ДП.

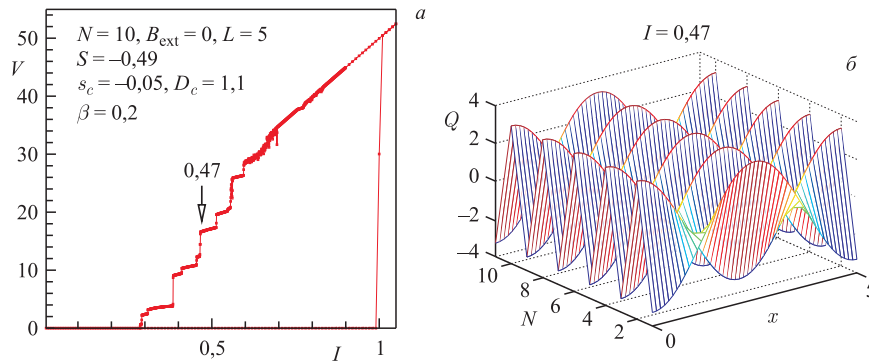


Рис. 5. *а*) ВАХ системы с десятью ДП длиной $L = 5$ при $s_c = -0,05, D_c = 1,1, S = -0,49$; *б*) пространственное распределение электрического заряда в сверхпроводящих слоях при $I = 0,47$ в фиксированный момент времени в области параметрического резонанса для стека с 10 ДП при тех же значениях параметров, что и на рис. *а*

Неоднородное распределение заряда вдоль координаты x обусловлено образованием двухфлюксонного (флюксон–антифлюксон) состояния. Таким образом, при значении параметра индуктивной связи, близком к экспериментальному, ситуация не отличается от представленной на рис. 3. Приведенные результаты показывают возможность реализации состояния, соответствующего сосуществованию в системе как флюксонов, так и ППВ.

В заключение отметим, что проведенные исследования фазовой динамики системы длинных ДП с индуктивной и емкостной связью, ВАХ и пространственно-временных зависимостей заряда в сверхпроводящих слоях указывают на возможность возникновения продольной плазменной волны, а также параметрического резонанса при условии $\omega_J = 2\omega_{LPW}$. Важным результатом является тот факт, что увеличение длины ДП приводит к образованию продольной плазменной волны в интервале базового тока, соответствующем ступеньке нулевого поля. При этом частота продольной плазменной волны меняется в зависимости от положения ступеньки нулевого поля на вольт-амперной характеристике.

Авторы признательны Е. В. Земляной, И. Сархадову, А. Херманну, К. В. Куликову и С. Ю. Медведевой за плодотворное обсуждение и ценные советы. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-02-90905).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kleiner R. et al. // Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68. P. 2394.
2. *Yurgens A. A. // Supercond. Sci. Technol.* 2000. V. 13. P. R85.
3. *Benseman T. M. et al. // Phys. Rev. B.* 2011. V. 84. P. 064523.
4. *Ozyuzer L. et al. // Science.* 2007. V. 318. P. 1291.
5. *Welp U., Kadowaki K., Kleiner R. // Nature Photonics.* 2013. V. 7. P. 702–710.
6. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F. // Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98. P. 157001.
7. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F., Suzuki M. // Phys. Rev. B.* 2008. V. 78. P. 134521.
8. *Kawamoto H. // Progress of Theoretical Physics.* 1983. V. 70. P. 1171.
9. *Barbara P., Monaco R., Ustinov A. V. // J. Appl. Phys.* 1996. V. 79. P. 327.
10. *Rahmonov I. R. et al. // J. Phys.: Conf. Ser.* 2012. V. 393. P. 012022.
11. *Sakai S., Bodin P., Pedersen N. F. // J. Appl. Phys.* 1993. V. 73. P. 2411.
12. *Machida M., Sakai S. // Phys. Rev. B.* 2004. V. 70. P. 144520.
13. *Shukrinov Yu. M., Mahfouzi F., Seidel P. // Physica C.* 2006. V. 449. P. 62.
14. *Irie A., Shukrinov Yu. M., Oya G. // J. Phys.: Conf. Ser.* 2008. V. 129. P. 012029.
15. *Шукринов Ю. М., Рахмонов И. П. // ЖЭТФ.* 2012. V. 142. P. 323–337.

16. Шукринов Ю. М., Рахмонов И. Р. // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 92. С. 364–368.
17. Pedersen N. F., Welner D. // Phys. Rev. B. 1984. V. 29. P. 2551.
18. McLaughlin D. W., Scott A. C. // Phys. Rev. A. 1978. V. 18. P. 1652.
19. Lin S., Hu X. // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100. P. 247006.
20. Kleiner R., Gaber T., Hechtfscher G. // Phys. Rev. B. 2000. V. 62. P. 4086–4095.
21. Irie A., Oya G. // Supercond. Sci. Technol. 2007. V. 20. P. S18–S22.

Получено 21 апреля 2014 г.

Редактор *Е. В. Сабаева*

Подписано в печать 29.04.2014.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,9. Уч.-изд. л. 1,04. Тираж 250 экз. Заказ № 58251.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: publish@jinr.ru

www.jinr.ru/publish/