

А. Д. Ефимов <sup>1,2,\*</sup>, И. Н. Изосимов <sup>\*\*</sup>

ОСОБЕННОСТИ РОТАЦИОННЫХ ПОЛОС  
В ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДРАХ.  
ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЙ ИРАСТ-ПОЛОСЫ В <sup>248</sup>Cm

Направлено в журнал «Ядерная физика»

---

<sup>1</sup> Государственный университет морского и речного флота  
им. адмирала С. О. Макарова, Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург,  
Россия

\* E-mail: efimov98@mail.ru

\*\* E-mail: izosimov@jinr.ru

Особенности ротационных полос в тяжелых и сверхтяжелых ядрах. Описание состояний ираст-полосы в  $^{248}\text{Cm}$

Представлено дальнейшее развитие расширенной микроскопической версии МВБ за счет рассмотрения двухквазичастичных фононов с мультипольностью  $J = 14^+$ . Разработанная теоретическая схема применена для описания свойств состояний ираст-полосы в ядре  $^{248}\text{Cm}$  со спинами вплоть до  $34^+$ . Данное тяжелое ядро является единственным в этой массовой области, для которого измерены значения  $B(E2)$  вплоть до спина  $I = 28^+$ . Именно оно и рассматривается, так как информация по ядру позволяет тестировать представленную теоретическую схему, опираясь на больший объем экспериментальных данных. Область трансактинидных ядер отличается от более легких отсутствием эффекта обратного загиба момента инерции от квадрата частоты вращения вплоть до предельно наблюдаемого в ряде случаев спина  $I = 34^+$ . Рассматриваются причины этого эффекта. Обсуждается ряд особенностей ротационных полос в тяжелых и сверхтяжелых ядрах.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных реакций им. Г. Н. Флерова ОИЯИ.

Peculiarities of Rotation Bands in Heavy and Superheavy Nuclei.  
Description of Yrast-Band States in  $^{248}\text{Cm}$

A further development of the expanded microscopic version of the IBM is presented by considering two-quasiparticle phonons with multipolarity up to  $J = 14^+$ . The developed theoretical scheme is applied to describe the properties of the yrast-band states in  $^{248}\text{Cm}$  up to spins  $34^+$ . This heavy nucleus is the only nucleus in this mass region where the values of  $B(E2)$  up to spin  $I = 28^+$  are measured. This is why it is considered foremost, since this information allows us to test the presented theoretical scheme based on a larger volume of experimental data. The region of transactinide nuclei differs from lighter ones by the absence of the effect of the back bending in the moment of inertia dependence on the square of the rotation frequency up to the spin  $I = 34^+$ . This article is intended in particular to find out the reason for this effect. Peculiar properties of the rotation bands in heavy and superheavy nuclei are discussed.

The investigation has been performed at the Flerov Laboratory of Nuclear Reactions, JINR.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение свойств тяжелых и сверхтяжелых ядер в настоящее время является предметом первоочередных исследований в ведущих лабораториях [1–18]. Ряд вопросов по ядерной физике, физике атомов и химии сверхтяжелых элементов остаются открытыми [7]. Решающее значение в существовании сверхтяжелых ядер ( $Z \geq 104$ ) имеют оболочечные эффекты [1, 5, 7]. Стабилизирующая роль оболочек в атомных ядрах приводит к существованию так называемого острова стабильности [1, 5, 7] — области сверхтяжелых элементов на карте атомных ядер, при этом положение и очертания данного острова чувствительны к деталям схемы одночастичных уровней как для протонов, так и для нейтронов. Ряд подуровней сферических орбиталей из области острова стабильности становятся доступными [13] для экспериментального исследования в деформированных тяжелых и сверхтяжелых ядрах. Поэтому детальное изучение структуры ядер в области тяжелых и сверхтяжелых элементов имеет исключительно важное значение.

Большинство тяжелых и сверхтяжелых ядер являются деформированными, что приводит к расщеплению одночастичных уровней и образованию деформированных подоболочек. Деформация атомных ядер приводит к появлению ротационных полос в их спектрах. Экспериментальное исследование свойств возбужденных уровней ядер, включая изомеры и ротационные полосы, а также теоретический анализ соответствующих экспериментальных данных позволяют получить важную информацию о свойствах атомных ядер [9–18]. Экспериментальная техника, используемая для получения и изучения тяжелых и сверхтяжелых ядер [1, 8–11, 13–17], включает в себя масс-сепараторы и масс-спектрометры с высокой эффективностью и селективностью в сочетании с высокочувствительными детектирующими системами частиц и гамма-излучения.

В принципе, экспериментальные методики можно разделить на два класса. В первом случае производится измерение гамма-спектров и спектров конверсионных электронов от распада ядер в области мишени с использованием техники запаздывающих совпадений с выделенными масс-сепаратором и соответствующей детектирующей системой продуктами ядерных реакций (например, с ядрами отдачи) и (или) продуктами распада (например, с осколками деления ядер отдачи) [13, 16, 17], а во втором — исследуются спектры альфа-, бета-, гамма-излучений, электронов конверсии при распаде из основного или изомерных состояний ядер в фокальной плоскости масс-сепаратора [1–4, 8–11, 14, 15]. Экспериментальную информацию о структуре ротационных полос, вплоть до высоких спинов уровней, получают в основном первым способом [16, 17]. Второй способ,

как правило, применим для изучения структуры ядер и изомеров со временем жизни, превышающим несколько микросекунд [1–4, 8–11]. Структура уровней тяжелых и сверхтяжелых ядер определяет схему уровней и соответствующую схему распада. Спектроскопия ядер в фокальной плоскости масс-сепаратора позволяет детально исследовать структуру низколежащих уровней ядер и структуру изомеров.

Исследования ротационных полос вплоть до высоких спинов с помощью спектроскопии в области мишени и построение соответствующих схем распада занимают важное место в изучении структуры возбужденных уровней и изомеров в атомных ядрах [13–18]. Данные о моменте инерции, полученные из анализа ротационных полос, чувствительны к деталям оболочечной структуры и спариванию, что дает возможность проводить тестирование теоретических подходов в области тяжелых и сверхтяжелых ядер [19]. Информация о  $g$ -факторе изомера, полученная на основании экспериментальных данных по ротационной полосе, построенной на изомерном состоянии, позволяет установить структуру конфигурации изомера [13]. Исследования структуры ядер в области  $Z = 100–112$  и  $N = 152–162$  позволяют отслеживать тенденции свойств уровней в цепочках изотопов и изотонов, сопоставлять полученные данные с предсказаниями различных теоретических моделей и производить экстраполяцию свойств ядер в область более тяжелых ядер в направлении острова стабильности. Подобный анализ экспериментальных данных играет важную роль в определении параметров оболочек и оболочек в области тяжелых и сверхтяжелых ядер [7–17].

Для описания структуры как ротационных полос, так и низколежащих уровней и изомеров необходимо использовать и совершенствовать соответствующие теоретические подходы.

Для изотопов Pu, Cm, Fm, No известны экспериментальные энергии состояний ираст-полос вплоть до спина  $32^+$ , как в ядре  $^{248}\text{Cm}$ , и до  $34^+$ , как в ядре  $^{244}\text{Pu}$ .

Анализ зависимости динамических моментов инерции от квадрата частоты вращения, проведенный для ряда трансурановых ядер в работе [16], показывает, что вплоть до предельно измеренных спинов не наблюдается обратного загиба, кроме единственного ядра  $^{244}\text{Pu}$ . Отсутствие бэкбендинга означает, что не происходит пересечения основной полосы коллективных состояний и состояний, содержащих высокоспиновые квазичастичные пары. Уникальность указанных полос, соответственно, проявляется и в том, что энергии полос в четно-четных ядрах для указанных изотопов с высокой степенью точности воспроизводятся [20] в рамках феноменологии МВБ1, когда параметры модели подбираются исходя из возможности лучшего описания энергий уровней и вероятностей квадрупольных переходов между состояниями. При этом в области более легких ядер для спинов с  $I^+ \geq 10^+$  расчетные энергии все более и более превышают экспериментальные по мере роста спина. Это находит естественное объяснение через взаимодействие коллективных состояний с состояниями, построенными на высокоспиновых двухквазичастичных модах. Примеры описания данного эффекта с помощью бозонного представления различных мод возбуждений

для изотопов Хе, Ва, Се и ядра  $^{156}\text{Du}$  были даны в работах [21–24]. Общим для всех этих ядер является то, что реально максимальный спин двухквaziчастичной пары не превышает значения  $J = 10^+$ . Эта пара построена на одночастичном уровне  $h_{11/2}$ . В рассматриваемой области ядер в валентной оболочке находятся уже два уровня со спином  $11/2$  — в нейтронной системе  $i_{11/2}$  и протонной  $h_{11/2}$ . Уровень  $h_{11/2}$  в протонной системе формально не принадлежит валентной оболочке, но в силу большого числа бозонов общее число квазичастиц оказывается максимально возможным и равным 6. При этом энергия квазичастицы существенно понижается. Но помимо этого к валентной нейтронной оболочке относится и одночастичное состояние со спином  $15/2$  —  $j_{15/2}$  и пара нуклонов на этом уровне, образующая возбуждения с моментами вплоть до  $12^+$  и  $14^+$ . Этот факт требует расширения теоретической модели, описывающей эффект пересечения полос, за счет рассмотрения и двухквaziчастичных пар с такими высокими спинами. Успех феноменологии в описании состояний ираст-полос до предельно высоких спинов позволяет считать, что вплоть до этих предельных спинов состояния продолжают оставаться в значительной степени коллективными и не содержат определяющих компонент с высокоспиновыми квазичастичными парами.

Попытка описания ираст-полосы ряда ядер, включая  $^{248}\text{Cm}$ , была дана в работе [25]. В нашей работе описание спектроскопической информации приводится в терминах элементарных возбуждений, а именно фононов различной мультипольности. Для квадрупольной моды это фононы в приближении модифицированного метода хаотических фаз [24], когда энергия фонона может быть и отрицательной, а мера корреляций в основном состоянии — произвольно малой. Фононы с прочими мультипольностями рассматриваются в приближении Тамма–Данкова. При этом все фононы формируются в сферическом одночастичном базисе, включающем все состояния, волновые функции которых имеют заметную компоненту внутри ядра. Описание сугубо деформированного ядра с использованием сферических ядерных оболочек достигается рассмотрением многофононных состояний, что возможно только через переход от фононов к идеальным бозонам. Соответствие матричных элементов в бозонном и фононном пространствах позволяет определять параметры бозонной модели. Для параметров гамильтониана оно представлено в работе [24] (см. также ссылки в ней), для параметров  $E2$ -оператора — в [26].

С полученными таким образом параметрами в зависимости от их значений описываются энергии возбуждений как вибрационного, так и ротационного характера. Такой подход является универсальным для описания широкого диапазона ядер — от сферических до сильно деформированных, включая переходные.

Цель данной работы заключается в адаптации модели взаимодействующих бозонов для описания высокоспиновых состояний ираст-полос в тяжелых и сверхтяжелых ядрах. С помощью развитой в данной работе модели проанализированы свойства состояний ираст-полосы ядра  $^{248}\text{Cm}$ .

В рассматриваемой области только для этого ядра в ираст-полосе известны значения  $B(E2)$  вплоть до перехода с состояния со спином  $I = 28^+$ .

Для этого была расширена теоретическая модель, описывающая взаимодействие коллективных состояний, формирующихся исключительно нижайшими квадрупольными  $D$ -фононами с фононами или квазичастичными парами иной природы, в частности с парами со спинами  $J = 12^+, 14^+$ . Учет связи с квазичастичными парами со столь высокой мультипольностью реализуется впервые.

## 1. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ МВБ1 С УЧЕТОМ ВЫСОКОСПИНОВЫХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ МОД ВОЗБУЖДЕНИЙ

Используемая нами теория для описания ядерных возбуждений с ярко выраженной квадрупольной коллективностью наиболее подробно представлена в работе [24]. В тяжелых и сверхтяжелых ядрах как нейтронная, так и протонные системы нуклонов заполняют оболочку 82–126, в которой присутствует одночастичный уровень с высоким полным спином, а именно  $j_{15/2}$ , два нуклона на котором могут дать возбуждение со спином как  $J = 12^+$ , так и  $14^+$ . Поэтому используемая модель требует модификации теоретической схемы за счет явного расширения пространства неколлективных фононов со столь высокими спинами и, соответственно, рассмотрения их взаимодействия со всей совокупностью всех прочих мод возбуждений, включая чисто коллективные, сформированные из большой совокупности одинаковых квадрупольных возбуждений с нижайшей энергией и обозначаемые как  $D$ -фонон. Одновременное рассмотрение большого числа фононов, например больше 8, на фермионном уровне не представляется возможным. Поэтому необходимо от фононного представления переходить к представлению идеальных бозонов, для которых точно выполняются коммутационные соотношения. Делается это в технике МВБ1 [27, 28]. Способ отображения фононных операторов на бозонные основывается на предположении замкнутости фононных операторов и их коммутаторов. Замкнутость реализуется через  $SU(6)$ -алгебру, а отображение фононных операторов на идеальные квадрупольные  $d$ -бозоны осуществляется таким образом, что их операторы образуют ту же замкнутую алгебру. Предложено это в работе [27], а несколько подробнее изложено в статье [24]. Введение скалярных  $s$ -бозонов является здесь чисто формальной процедурой, позволяющей реализовать замкнутость алгебры бозонных операторов. Это приводит к бозонному гамильтониану

$$H_{\text{ИВМ}} = \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1 (d^+ \cdot d^+ s s + \text{H. c.}) + k_2 ((d^+ d^+)^{(2)} \cdot ds + \text{H. c.}) + \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}, \quad (1)$$

где Н. с. означает эрмитово сопряжение, точка между операторами соответствует скалярному произведению, величины  $\varepsilon_d$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $C_0$ ,  $C_2$ ,  $C_4$  являются параметрами гамильтониана МВБ1. Все параметры бозонных операторов, включающие операторы электрических квадрупольных пере-

ходов, вычисляются на основе процедуры Марумори [29] через равенство соответствующих матричных элементов (МЭ) в фермионном и бозонном пространствах. Для получения корректных значений бозонных параметров необходимо учитывать связь коллективных, построенных из  $D$ -фононов, и прочих фононов, обозначаемых как  $B_J$  с моментами  $J$ , не превышающими значения  $6^+$ . Большие значения моментов для вычисления параметров гамильтониана (1) являются либо несущественными, либо приводящими к более сложному виду бозонного гамильтониана. Учет связи конфигураций, содержащих как коллективное пространство, так и  $B_J$ -фононы, осуществляется в технике теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера [30]. При этом конфигурационное пространство ограничивалось компонентами, включающими не более одного неколлективного фонона.

При описании эффекта пересечения полос необходимо рассматривать  $B_J$ -фононы с более высокими мультипольностями, вплоть до  $J = 8^+, 10^+$ , а теперь и с  $J = 12^+, 14^+$ . При этом, чтобы воспроизвести плавный переход в ираст-полосе от основной полосы к полосе, основанной на высокоспиновой двухквaziчастичной паре, необходимо учитывать примеси к коллективным состояниям фононов  $B_J$  с мультипольностями  $J = 2^+, 4^+, 6^+$ .

При феноменологическом исследовании коллективных состояний в рамках МВБ1 для ядер, рассматриваемых, скорее, как деформированные, параметр гамильтониана  $\varepsilon_d$  становится отрицательным. Если его рассматривать как однофононную энергию, то становится очевидным, что для его описания квазичастичный метод случайной фазы (КМСФ) неприменим, так как он не может дать как нулевую, так и отрицательную энергию фонона. Это возможно в рамках метода Тамма–Данкова, однако в этом случае не учитываются корреляции в основном состоянии. Поэтому в рассматриваемом способе определения структуры коллективного нижайшего квадрупольного  $D$ -фонона используется КМСФ, но с дополнительным условием, что можно уменьшать меру корреляций в основном состоянии. Это же приводит и к возможности получить отрицательное значение для однобозонной энергии  $\varepsilon_d$  даже без последующих перенормировок. Таким образом, двухквaziчастичная структура  $D$ -фонона имеет тот же вид, что и в КМСФ:

$$D^+_{\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2,\tau=n,p} [\psi_{12} a_1^+ a_2^+ + \varphi_{12} a_{\bar{2}} a_{\bar{1}}] (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_{\tau}, \quad (2)$$

где  $a^+(a)$  — операторы рождения (уничтожения) квазичастиц; 1, 2 обозначают номера одноквaziчастичных состояний в сферическом базисе; состояния  $\bar{1}, \bar{2}$  — сопряженные по времени к 1, 2. Амплитуды  $\psi_{12}$ ,  $\varphi_{12}$  или  $z^{(0)} = \psi + \varphi$ ,  $z^{(1)} = \psi - \varphi$  не зависят от магнитных квантовых чисел и нормированы стандартным образом:  $\sum_{1,2,\tau=n,p} (\psi_{12}^2 - \varphi_{12}^2) = \sum_{1,2,\tau} (z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)})_{\tau} = 1$ .

Фононные амплитуды  $\psi$ ,  $\varphi$  и параметры Боголюбова  $u$ ,  $v$  находятся на основе вариационного принципа из условия минимума энергетического функционала

$$H_{\text{tot}} = E_{\text{vac.q.p}} + E_0^{(B)} + (I|H_{\text{IBM}}|I), \quad (3)$$

включающего энергию вакуума квазичастиц  $E_{\text{vac.q.p.}}$ , энергию фоновго вакуума ( $E_0^{(B)}$ ) и среднего значения  $H_{\text{IBM}}$ , вычисленного с бозонными волновыми функциями  $|I\rangle$  довольно общего вида, полученными в результате диагонализации бозонного гамильтониана (1) в базисе состояний, соответствующих неприводимому представлению группы  $SU(5)$ .

Таким образом, величина  $\langle I|H_{\text{IBM}}|I\rangle$  явно зависит от  $(\psi, \varphi)$  и  $(u, v)$  через параметры  $\varepsilon_d, k_1, k_2, C_0, C_2, C_4$  гамильтониана МВБ1 и неявно через бозонные волновые функции  $|I\rangle$ , полученные опять с теми же параметрами гамильтониана (1) —  $\varepsilon_d, \dots, C_4$ . Средние от отдельных членов гамильтониана по бозонным функциям обозначаются как

$$\begin{aligned} n_d(I) &= \langle I| \sum_{\mu} d^+_{\mu} d_{\mu} |I\rangle, \\ P_1(I) &= \frac{1}{2\sqrt{\Omega(\Omega-1)}} \langle I|(d^+ \cdot d^+ s s + s^+ s^+ d \cdot d)|I\rangle, \\ \langle C_L(I) \rangle &= \langle I|\frac{1}{2}(d^+ d^+)^{(L)} \cdot (d d)^{(L)}|I\rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Минимизация функционала (3) по искомым амплитудам осуществляется при выполнении ряда дополнительных условий. Это условия нормировок  $D$ -фононов, амплитуд бозонных волновых функций  $|I\rangle$ , амплитуд Боголюбова  $u$  и  $v$ .

Следующие условия не связаны с нормировками функций. Одно из них — это фиксация максимального числа бозонов  $\Omega$ , которое используется при построении  $|I\rangle$ . Условие неизменности  $\Omega$  при вычислении фоновных амплитуд  $(\psi, \varphi)$  для каждого коллективного состояния приводит к уменьшению числа квазичастиц на уровнях валентной оболочки и перераспределению фоновных амплитуд по вневалентным состояниям.

Еще одно условие связано с требованием снижения корреляций в основном состоянии, в чем и будет помимо прочего заключаться главная идея модификации стандартного варианта КМСФ. Выполнение этого условия осуществляется введением в минимизируемый функционал слагаемого, регулирующего величину суммы квадратов  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} \Phi_{\varphi} &= 2\chi \left( n_d(I) + \frac{5}{2} \right) \left( \sum_{\tau 12} \varphi_{\tau 12}^2 + \frac{1}{2} \right) = \\ &= \frac{1}{2}\chi \left( n_d(I) + \frac{5}{2} \right) \left( \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_{\tau} \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Последнее условие оказалось принципиальным для достижения согласования бозонных средних, амплитуд  $z^{(n)}$ ,  $u(v)$  и бозонных амплитуд. Иначе согласование невозможно.

В результате структура  $D$ -фонона определяется с использованием довольно сложного функционала, включающего средние от бозонных операторов. Если в рамках стандартного КМСФ решается уравнение



$HD^+ = \omega D^+$  или  $\langle DHD^+ \rangle - \omega \langle DD^+ \rangle \rightarrow \min$ , то множитель Лагранжа  $\omega$ , определяемый как  $\omega^2$ , является положительной величиной и трактуется в качестве однобозонной энергии. В используемом модифицированном варианте параметр  $\omega$  не имеет уже такого смысла, а однобозонная энергия, определяемая в качестве однобозонной энергии  $\varepsilon_d$ , в ряде случаев, характерных для ядер близких к деформированным, оказывается отрицательной.

Выражения для параметров бозонного гамильтониана через амплитуды  $z^{(\eta)}$ ,  $u(v)$  с учетом только  $D$ -фононов приведены в работе [24], для  $C_L^{(0)}$  — в [31].

Процессы, приводящие к перенормировке параметров, ранее подробнее всего были изложены в работе [24]. Соответствующее взаимодействие, т. е. взаимодействие состояний, включающих только  $D$ -фононы с состояниями, содержащими один неколлективный  $B_J$ -фонон и совокупность  $D$ -фононов во втором порядке по взаимодействию, приводит к поправкам энергий, а в нашем случае — к поправкам параметров бозонного гамильтониана. При этом, как уже говорилось, рассматриваются только неколлективные фононы с  $J \leq 6$ . Помимо перенормировок бозонных параметров данные процессы важны при рассмотрении связи коллективных состояний с состояниями или их компонентами, содержащими двуквазичастичные высокоспиновые пары с еще более высокими спинами с  $J \leq 10$ . Как показали полученные оценки, пренебрежимо малыми оказываются МЭ трех типов:

$$(I) \quad \langle B_{J \leq 6} D^n | H | D^{+n'} \rangle, \quad (6)$$

$$(II) \quad \langle B_{J=8,10} D^n | H | B_{J \leq 6}^+ D^{+n'} \rangle, \quad (7)$$

$$(III) \quad \langle B_{J=12,14} D^n | H | B_{J \leq 8,10}^+ D^{+n'} \rangle. \quad (8)$$

МЭ I типа используются для получения поправок к бозонным параметрам, I и II — для связи коллективных состояний, сформированных только из  $D$ -фоонных компонент с состояниями, содержащими фермионные пары с  $J \leq 10$ . Этого достаточно для описания коллективных состояний и эффекта пересечения полос в ядрах с числом нуклонов меньше 82. Для более тяжелых ядер, нуклоны которых находятся в диапазоне от 84 до 124, необходимо рассматривать и совокупность МЭ III типа. При перенормировке параметров бозонного гамильтониана (1) неколлективные фононы рассматриваются неявно, фононы же  $B_J$  с  $J > 6$  — явно и бозонная волновая функция расширяется за счет соответствующих компонент. Так как для описания пересечения полос необходимо использовать всю совокупность МЭ I типа, то вводятся, соответственно, идеальные бозоны  $b_J$  с  $J \geq 2$ . При этом под неколлективными квадрупольными фононами понимаются все фононы, кроме нижайшего, для которого характерна максимальная коллективность, за исключением резонансных возбуждений. При этом следует иметь в виду, что во втором порядке по взаимодействию взаимодействие I типа использовано для перенормировки бозонных параметров.

Во всех описанных случаях расширенная волновая функция в фоновом представлении имеет следующий вид:

$$\Psi(I) = |\psi_c(I)\rangle + \sum_{i_1, c_1} \alpha_{i_1, c_1} |(B_{i_1}^+ \psi_{c_1})^{(I)}\rangle, \quad (9)$$

где  $|\psi_c\rangle$  есть волновая функция, содержащая суперпозицию только  $D$ -фононов.

Конкретная схема перенормировок параметров гамильтониана приведена в работе [24], и она остается неизменной. Зато при изучении пересечения полос необходимо рассмотреть дополнительные моды возбуждений и взаимодействие с прочими модами.

## 2. БОЗОННОЕ ОПИСАНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОЛОС

Для описания эффекта пересечения полос неколлективные моды возбуждений рассматриваются явным образом и волновую функцию (9) удобнее представить в более развернутом виде, а именно:

$$\begin{aligned} |\Psi(I)\rangle = & \alpha_0 |\psi_c(I)\rangle + \sum_{J_1=2,4,6,c_1} \alpha_{J_1, c_1} B_{J_1}^+ |\psi_{c_1}\rangle + \\ & + \sum_{J_2=8,10,c_2} \alpha_{J_2, c_2} B_{J_2}^+ |\psi_{c_2}\rangle + \sum_{J_3=12,14,c_3} \alpha_{J_3, c_3} B_{J_3}^+ |\psi_{c_3}\rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

где правая сторона функции связана в момент  $I$ , суммирование по  $J$  означает суммирование не только по угловым моментам, но и по всем фононам данной мультипольности. Уравнение на собственные значения  $E$  квазичастичного гамильтониана в пространстве представленной функции следующее:

$$H|\Psi(I)\rangle = E|\Psi(I)\rangle. \quad (11)$$

Умножая левую сторону этого уравнения на произвольную компоненту, содержащую неколлективный фонон  $B_{J_i}^+ |\psi_{c_i}\rangle$ , получаем  $\langle \psi_{c_i} B_{J_i} | H | \Psi(I) \rangle = E \langle \psi_{c_i} B_{J_i} | \Psi(I) \rangle$ . Если в этом уравнении не рассматривать МЭ, когда фононы  $B_1$  и  $B_2$  находятся в одной группе в соответствии с выражением для суммы в (10), то в более развернутом виде получаем

$$\begin{aligned} \alpha_0 \langle \psi_{c_i} B_{J_i} | H | \psi_c(I) \rangle + (\omega_i + E_{c_i} - E) \alpha_{J_i, c_i} + \\ + \sum'_{J, c} \alpha_{J, c} \langle \psi_{c_i} B_{J_i} | H | B_J^+ \psi_c \rangle = 0, \end{aligned}$$

где штрих у суммы означает, что в ней отсутствует слагаемое с МЭ  $\langle \psi_{c_i} B_{J_i} | H | B_{J_i}^+ \psi_{c_i} \rangle$ . Это приводит к выражению для амплитуд

$$\begin{aligned} \alpha_{J_i, c_i} = & - \frac{1}{(\omega_i + E_{c_i} - E)} \times \\ & \times \left( \alpha_0 \langle \psi_{c_i} B_{J_i} | H | \psi_c(I) \rangle + \sum'_{J, c} \alpha_{J, c} \langle \psi_{c_i} B_{J_i} | H | B_J^+ \psi_c \rangle \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Из этого уравнения последовательно получаем все амплитуды по теории возмущений. На первом этапе для  $J_1 = 2, 4, 6$

$$\alpha_{J_1, c_1} = -\frac{\alpha_0}{(\omega_1 + E_{c_1} - E)} \langle \psi_{c_1} B_{J_1} | H | \psi_C(I) \rangle. \quad (13)$$

На втором этапе для  $J_2 = 8, 10$

$$\alpha_{J_2, c_2} = \frac{\alpha_0}{(\omega_2 + E_{c_2} - E)} \sum_{J_1=4,6,c_1} \left( \frac{\langle \psi_{c_1} B_{J_1} | H | \psi_C \rangle}{(\omega_1 + E_{c_1} - E)} \langle \psi_{c_2} B_{J_2} | H | B_{J_1}^+ \psi_{c_1} \rangle \right). \quad (14)$$

При этом МЭ  $\langle \psi_{c_1} B_{J_1=8,10} | H | \psi_C \rangle$  не рассматривался, как уже говорилось ранее, в силу его малости.

Наконец, на третьем этапе реализуется связь уже рассмотренных состояний с фононами с мультипольностью  $J_3 = 12, 14$ :

$$\begin{aligned} \alpha_{J_3, c_3} &= -\frac{1}{(\omega_3 + E_{c_3} - E)} \sum_{J_2=8,10,c_2} \alpha_{J_2, c_2} \langle \psi_{c_3} B_{J_3} | H | B_{J_2}^+ \psi_{c_2} \rangle = \\ &= -\frac{\alpha_0}{(\omega_3 + E_{c_3} - E)} \sum_{J_2=8,10,c_2} \frac{1}{(\omega_2 + E_{c_2} - E)} \sum_{J_1=4,6,c_1} \frac{\langle \psi_{c_1} B_{J_1} | H | \psi_C \rangle}{(\omega_1 + E_{c_1} - E)} \times \\ &\quad \times \langle \psi_{c_2} B_{J_2} | H | B_{J_1}^+ \psi_{c_1} \rangle \langle \psi_{c_3} B_{J_3} | H | B_{J_2}^+ \psi_{c_2} \rangle. \end{aligned} \quad (15)$$

Для фононных МЭ вводим обозначения, которые позволяют получить более компактные выражения для амплитуд:

$$\langle \psi_C(I) | H | B_{J_1}^+(n) \psi_{c_1} \rangle = \sum_{\tau=\nu, \pi; 12} \gamma(C, c_1, J_1, \tau, 1, 2) \psi_{12}^{(J_1)}(n), \quad J_1 = 4, 6, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \langle \psi_{c_2} B_{J_2}(n) | H | B_{J_1}^+(n') \psi_{c_1} \rangle &= \\ &= \sum_{\tau=\nu, \pi; 794} \beta(C, c_2, c_1, J_2, J_1, \tau, 7, 9, 4) \psi_{79}^{(J_2)}(n) \psi_{94}^{(J_1)}(n'), \end{aligned} \quad (17)$$

где  $J_1, J_2 = 4-14$ , суммирование по  $\tau$  означает суммирование по нейтронам и протонам,  $\psi_{12}^{(J)}(n)$  — амплитуды неколлективных фононов, которые рассматриваются в приближении Тамма–Данкова с учетом только изоскалярного канала взаимодействия, индексы «1», «2» означают совокупность всех квантовых чисел одночастичных состояний, кроме магнитных;  $J, n$  — мультипольность фонона и его номер среди всех существующих в рамках рассматриваемого одночастичного базиса. Величины  $\gamma(\dots)$  и  $\beta(\dots)$  вычисляются с помощью принятого при микроскопическом обосновании МВБ1 отображения фононов на бозоны. При этом бозонный гамильтониан с рассчитываемыми параметрами представлен соотношениями (38)–(44) в работе [24]. Кратко его можно представить в виде

$$H_b = H_{\text{IBM1}}^{(0)} + \sum_i \omega_i b^+ b_i + V^{(1)} + V^{(2)} + V^{(3)}, \quad (18)$$

где  $H_{\text{IBM1}}^{(0)}$  (1) является гамильтонианом МВБ1 с параметрами, определенными только через  $D$ -фононы, т.е. без учета неколлективных фононов. Однако следует иметь в виду, что при решении задачи на собственные значения и функции используется теория возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера, эффективно отбрасываются те члены во втором порядке по взаимодействию, которые приводят к перенормировке стандартного гамильтониана МВБ1. В этом случае  $H_{\text{IBM1}}^0$  заменяется на  $H_{\text{IBM1}}$ , т.е. учитывается перенормировка параметров. Величины  $\omega_i$  — энергии  $b_i$ -бозонов. Не приводя конкретных выражений для операторов  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$ , что сделано в работе [24], отметим, что взаимодействие  $V^{(1)}$  содержит бозонные операторы  $(d^+d)^{(J_i)}s^+ \cdot b_i$ ,  $(d^+(dd)^{(L)}s^+s^+)^{(J_i)} \cdot b_i$ ,  $(d^+d^+)^{(J_i)}s \cdot b_i$ ,  $((d^+d^+)^{(L)}d)^{(J_i)} \cdot b_i$  и эрмитово-сопряженные к ним. Взаимодействие  $V^{(2)}$  содержит операторы  $((d^+d^+)^{(L)}d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s$ . Наконец,  $V^{(3)}$  комбинируется из  $(b_{i_1}^+ b_{i_2}^+)^{(2)} \cdot d^+ s$ ,  $(b_{i_1}^+ b_{i_2}^+)^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)} s s$ ,  $(b_{i_1}^+ b_{i_2}^+)^{(L)} \cdot (d^+ d)^{(L)}$ . Единственное его отличие от  $V^{(3)}$  из работы [24] будет заключаться в том, что мультипольность бозонов будет доходить не до  $10^+$ , а до  $14^+$ .

Таким образом, параметры при этих членах находятся на основе вычисления МЭ в фермионном пространстве от квазичастичного гамильтониана по фононным функциям с минимальным числом  $D$ -фононов, а учет многофононности переносится на бозонную задачу через расчет МЭ от различных комбинаций  $d$ -бозонов в пространстве произвольных  $SU(6)$ -функций МВБ1.

Используемое приближение для неколлективных фононов позволяет провести суммирование по ним. Действительно, энергии фононов с мультипольностью  $J$  находятся из уравнения

$$F^{(J)}(\omega) = \sum_{\tau 12} \frac{q_{12}^{(J)2}}{E_{12} - \omega} - \frac{2}{\tilde{\varkappa}} = 0; \quad (19)$$

$$q_{12}^{(J)} = \frac{1}{\sqrt{2J+1}} (-1)^{l2} \langle 1 || q^{(J)} || 2 \rangle (u_1 v_2 + v_1 u_2),$$

где  $E_{12}$  — двухквазичастичная энергия;  $\tilde{\varkappa}$  — константа изоскалярных факторизованных сил;  $u_1, v_2$  — боголюбовские параметры.

Каждому корню уравнения будет соответствовать амплитуда фонона

$$\psi_{12}^{(J)}(n) = -\frac{1}{\sqrt{F'(\omega_n)}} \frac{q_{12}}{E_{12} - \omega_n}.$$

Это позволяет представить сумму по всем фононам с фиксированной мультипольностью. Делается это с помощью леммы Жордана и теоремы о вычетах. В итоге это приводит к выражению

$$\sum_n \frac{\psi_{\tau 12}^{(J)}(n) \psi_{\tau' 34}^{(J)}(n)}{\varepsilon - \omega_n} = \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(E_{34} - \varepsilon)F(\varepsilon)} - \frac{1}{2} \delta_{\tau \tau'} \frac{\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_1 - j_2 + J} \delta_{14} \delta_{23}}{E_{12} - \varepsilon}.$$

Если нижайший фонон именно квадрупольного типа ( $n = 0$ ) в рассматриваемой сумме не учитывать, то имеем

$$\begin{aligned} \sum_{n>0} \frac{\psi_{\tau 12}^{(J)}(n) \psi_{\tau' 34}^{(J)}(n)}{\varepsilon - \omega_n} &= \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon)} \frac{q_{\tau' 34}}{(E_{34} - \varepsilon)} \frac{1}{F(\varepsilon)} - \\ &- \frac{1}{2} \delta_{\tau \tau'} \frac{\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_1 - j_2 + J} \delta_{14} \delta_{23}}{E_{12} - \varepsilon} - \\ &- \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \omega_0)} \frac{q_{\tau' 34}}{(E_{34} - \omega_0)} \frac{1}{F'(\omega_0)} \frac{1}{(\varepsilon - \omega_0)} \delta_{J,2}. \end{aligned}$$

Это позволяет получить необходимые выражения для суммирования по фоновым Тамма–Данкова:

$$\begin{aligned} \sum_{n>0} \frac{\psi_{\tau 12}^{(J)}(n) \psi_{\tau' 1'2'}^{(J)}(n)}{(\omega_n - \varepsilon_1)(\omega_n - \varepsilon_2)} \Big|_{\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2} &= \delta_{\tau \tau'} \delta_{1'1} \delta_{2'2} \frac{1}{(E_{12} - \varepsilon_1)(E_{12} - \varepsilon_2)} - \frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \times \\ &\times \left( \frac{1}{F^{(J)}(\varepsilon_1)} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon_1)} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \varepsilon_1)} - \frac{1}{F^{(J)}(\varepsilon_2)} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon_2)} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \varepsilon_2)} \right) - \\ &- \frac{\delta_{J,2}}{F'(\omega_0)(\varepsilon_1 - \omega_0)(\varepsilon_2 - \omega_0)} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \omega_0)} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \omega_0)}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{n>0} \frac{\psi_{\tau 12}^{(J)}(n) \psi_{\tau' 1'2'}^{(J)}(n)}{(\omega_n - \varepsilon)^2} &= \delta_{\tau \tau'} \delta_{1'1} \delta_{2'2} \frac{1}{(E_{12} - \varepsilon)^2} + \frac{F'(\varepsilon)}{F^2(\varepsilon)} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon)} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \varepsilon)} - \\ &- \frac{1}{F^{(J)}(\varepsilon)} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon)^2} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \varepsilon)} - \frac{1}{F^{(J)}(\varepsilon)} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon)} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \varepsilon)^2} - \\ &- \frac{\delta_{J,2}}{F'(\omega_0)(\varepsilon - \omega_0)^2} \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \omega_0)} \frac{q_{\tau' 1'2'}}{(E_{1'2'} - \omega_0)}. \quad (21) \end{aligned}$$

После соответствующих выкладок были получены следующие выражения для амплитуд:

$$\frac{\alpha_{J_1, c_1}}{\alpha_0} \Big|_{J_1=2,4,6} = - \frac{1}{\omega_1 + E_{c_1} - E} \sum_{\tau 12} \gamma(C, c_1, J_1, \tau, 1, 2) \psi_{12}^{(J_1)}(n), \quad (22)$$

$$\frac{\alpha_{J_2, c_2}}{\alpha_0} \Big|_{J_2=8,10} = \frac{1}{\omega_2 + E_{c_2} - E} \sum_{\tau 12} \omega_2(C, c_2, J_2, \tau, 1, 2) \psi_{12}^{(J_2)}(n), \quad (23)$$

$$\frac{\alpha_{J_3, c_3}}{\alpha_0} \Big|_{J_3=12,14} = - \frac{1}{\omega_3 + E_{c_3} - E} \sum_{\tau 12} \omega_3(C, c_3, J_3, \tau, 1, 2) \psi_{12}^{(J_3)}(n). \quad (24)$$

Здесь помимо уже введенных ранее величин  $\gamma(\dots)$  используется

$$\begin{aligned}
\omega_2(C, c_2, J_2, \tau, 1, 2) &= \sum_{J_1=4,6;c_1;n} \frac{\sum_{\tau'1'2'} \gamma(C, c_1, J_1, \tau', 1', 2') \psi_{1'2'}^{(J_1)}(n)}{\omega_1 + E_{c_1} - E} \times \\
&\times \sum_4 \beta(C, c_2, c_1, J_2, J_1, \tau, 1, 2, 4) \psi_{24}^{(J_1)}(n) = \\
&= \sum_{J_1=4,6;c_1} \left( \sum_4 \frac{\gamma(C, c_1, J_1, \tau, 2, 4)}{E_{24}^{(J_1)} + E_{c_1} - E} \beta(C, c_2, c_1, J_2, J_1, \tau, 1, 2, 4) - \right. \\
&\quad - \frac{1}{F^{(J_1)}(E - E_{c_1})} \sum_{\tau'1'2'} \frac{\gamma(C, c_1, J_1, \tau', 1', 2') q_{1'2'}^{(J_1)}}{E_{1'2'}^{(J_1)} + E_{c_1} - E} \times \\
&\quad \left. \times \sum_4 \frac{\beta(C, c_2, c_1, J_2, J_1, \tau, 1, 2, 4) q_{24}^{(J_1)}}{E_{24}^{(J_1)} + E_{c_1} - E} \right), \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_3(C, c_3, J_3, \tau, 1, 2) &= \sum_{J_2=8,10;c_2;n} \frac{\sum_{\tau'1'2'} \omega_2(C, c_2, J_2, \tau', 1', 2') \psi_{1'2'}^{(J_2)}(n)}{\omega_2 + E_{c_2} - E} \times \\
&\times \sum_4 \beta(C, c_3, c_2, J_3, J_2, \tau, 1, 2, 4) \psi_{24}^{(J_2)}(n) = \\
&= \sum_{J_2=8,10;c_2} \left( \sum_4 \frac{\omega_2(C, c_2, J_2, \tau, 2, 4)}{E_{24}^{(J_2)} + E_{c_2} - E} \beta(C, c_3, c_2, J_3, J_2, \tau, 1, 2, 4) - \right. \\
&\quad - \frac{1}{F^{(J_2)}(E - E_{c_2})} \sum_{\tau'1'2'} \frac{\omega_2(C, c_2, J_2, \tau', 1', 2') q_{1'2'}^{(J_2)}}{E_{1'2'}^{(J_2)} + E_{c_2} - E} \times \\
&\quad \left. \times \sum_4 \frac{\beta(C, c_3, c_2, J_3, J_2, \tau, 1, 2, 4) q_{24}^{(J_2)}}{E_{24}^{(J_2)} + E_{c_2} - E} \right). \quad (26)
\end{aligned}$$

С учетом вышесказанного уравнение на собственные значения  $\langle \Psi | H - E | \Psi \rangle = 0$  в итоге принимает вид

$$E_C - E - F_1 - F_2 - F_3 = 0, \quad (27)$$

где функции  $F_i$  имеют следующие выражения:

$$\begin{aligned}
F_1 &= \sum_{J_1=2,4,6;c_1} \left\{ \sum_{\tau_{12}} \frac{|\gamma(C, c_1, J_1, \tau, 1, 2)|^2}{E_{12}^{(J_1)} + E_{c_1} - E} - \right. \\
&\quad - \left( \sum_{\tau_{12}} \frac{\gamma(C, c_1, J_1, \tau, 1, 2) q_{12}^{(J_1)}}{E_{12}^{(J_1)} + E_{c_1} - E} \right)^2 \frac{1}{F^{(J_1)}(E - E_{c_1})} + \\
&\quad \left. + \left( \sum_{\tau_{12}} \frac{\gamma(C, c_1, J_1, \tau, 1, 2) q_{12}^{(J_1)}}{E_{12}^{(J_1)} - \omega_0} \right)^2 \frac{\delta_{J_1,2}}{(E - E_{c_1} - \omega_0) F^{(J_1)}(\omega_0)} \right\}, \quad (28)
\end{aligned}$$

$$F_2 = \sum_{J_2=8,10;c_2} \left\{ \sum_{\tau_{12}} \frac{|\omega_2(C, c_2, J_2, \tau, 1, 2)|^2}{E_{12}^{(J_2)} + E_{c_2} - E} - \left( \sum_{\tau_{12}} \frac{\omega_2(C, c_2, J_2, \tau, 1, 2)q_{12}^{(J_2)}}{E_{12}^{(J_2)} + E_{c_2} - E} \right)^2 \frac{1}{F^{(J_2)}(E - E_{c_2})} \right\}, \quad (29)$$

$$F_3 = \sum_{J_3=12,14;c_3} \left\{ \sum_{\tau_{12}} \frac{|\omega_3(C, c_3, J_3, \tau, 1, 2)|^2}{E_{12}^{(J_3)} + E_{c_3} - E} - \left( \sum_{\tau_{12}} \frac{\omega_3(C, c_3, J_3, \tau, 1, 2)q_{12}^{(J_3)}}{E_{12}^{(J_3)} + E_{c_3} - E} \right)^2 \frac{1}{F^{(J_3)}(E - E_{c_3})} \right\}. \quad (30)$$

При вычислении МЭ квадрупольного электрического оператора нас будут интересовать в основном переходы вдоль ираст-полосы. Для этого достаточно рассмотреть переходы между компонентами волновой функции с одинаковыми неколлективными фононами или бозонами, учитывая действие оператора  $E2$ -перехода между  $D$ -фононными или  $d$ -бозонными состояниями. Если ввести более универсальные обозначения для  $\gamma(\dots)$ ,  $\omega_2(\dots)$ ,  $\omega_3(\dots)$ , заменив их на  $\omega(\dots)$ , но без индекса, а именно по правилу  $\omega(\dots) = \gamma(\dots)$  для  $J = J_1 = 2, 4, 6$ ,  $\omega(\dots) = \omega_2(\dots)$  для  $J = J_2 = 8, 10$ ,  $\omega(\dots) = \omega_3(\dots)$  для  $J = J_3 = 12, 14$ , то приведенный МЭ  $E2$ -переходов будет иметь вид

$$\begin{aligned} \langle \Psi_f | \hat{T}(E2) | \Psi_i \rangle &= \alpha_{0f} \alpha_{0i} \left\{ \langle \psi_C^{(f)} | \hat{T}(E2) | \psi_C^{(i)} \rangle + \sum_{J=2}^{14} \times \right. \\ &\times \sum_{c_1(f), c_2(i)} \Re \langle c_1 | \hat{T}(E2) | c_2 \rangle \sum_{\tau_{12}} \sum_{\tau'1'2'} \omega(C_f, c_1, J, \tau, 1, 2) \omega(C_i, c_2, J, \tau', 1', 2') \times \\ &\times \sum_n \frac{\psi_{12}^{(J)}(n) \psi_{1'2'}^{(J)}(n)}{(\omega_J(n) + E_{c_1} - E_f)(\omega_J(n) + E_{c_2} - E_i)} \left. \right\} = \\ &= \alpha_{0f} \alpha_{0i} \left\{ \langle \psi_C^{(f)} | \hat{T}(E2) | \psi_C^{(i)} \rangle + \sum_{J=2}^{14} \sum_{c_1(f), c_2(i)} \Re \langle c_1 | \hat{T}(E2) | c_2 \rangle \times \right. \\ &\times \left[ \sum_{\tau_{12}} \frac{\omega(C_f, c_1, J, \tau, 1, 2)}{E_{12}^{(J)} - \varepsilon_1} \frac{\omega(C_i, c_2, J, \tau, 1, 2)}{E_{12}^{(J)} - \varepsilon_2} - \frac{1}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \right] \times \\ &\times \left( \frac{1}{F^{(J)}(\varepsilon_1)} \sum_{\tau_{12}} \frac{\omega(C_f, c_1, J, \tau, 1, 2)q_{12}^{(J)}}{E_{12}^{(J)} - \varepsilon_1} \sum_{\tau'1'2'} \frac{\omega(C_i, c_2, J, \tau', 1', 2')q_{1'2'}^{(J)}}{E_{1'2'}^{(J)} - \varepsilon_1} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{F^{(J)}(\varepsilon_2)} \sum_{\tau_{12}} \frac{\omega(C_f, c_1, J, \tau, 1, 2) q_{12}^{(J)}}{E_{12}^{(J)} - \varepsilon_2} \sum_{\tau'1'2'} \frac{\omega(C_i, c_2, J, \tau', 1', 2') q_{1'2'}^{(J)}}{E_{1'2'}^{(J)} - \varepsilon_2} \Big) - \\
& - \frac{\delta_{J,2}}{F^{(J)}(\omega_0)(\varepsilon_1 - \omega_0)(\varepsilon_2 - \omega_0)} \sum_{\tau_{12}} \frac{\omega(C_f, c_1, J, \tau, 1, 2) q_{12}^{(J)}}{(E_{12}^{(J)} - \omega_0)} \times \\
& \quad \times \left. \sum_{\tau'1'2'} \frac{\omega(C_i, c_2, J, \tau', 1', 2') q_{1'2'}^{(J)}}{(E_{1'2'}^{(J)} - \omega_0)} \right] \Big\}, \quad (31)
\end{aligned}$$

где  $\varepsilon_1 = E_f - E_{c_1}$ ;  $\varepsilon_2 = E_i - E_{c_2}$ ;  $\Re = (-1)^{I_f + J + I_{c_2}} \left\{ \begin{matrix} I_f & 2 & I_i \\ I_{c_2} & J & I_{c_1} \end{matrix} \right\} \times \sqrt{(2I_i + 1)(2I_f + 1)}$ .

Переходы с неколлективных компонент в коллективные учитываются при перенормировках эффективных зарядов [26], что позволяет рассматривать МЭ только между коллективными компонентами, выраженными через  $d$ -бозоны, не затрагивая  $b_J$ -бозоны. При этом бозонный оператор  $\hat{T}(E2)$  имеет вид

$$\hat{T}(E2) = e^*(d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)^{(2)} + e_0^*(s^+(d^+ d)^{(0)} d + d^+(d^+ d)^{(0)} s)^{(2)}. \quad (32)$$

Микроскопический расчет его параметров с учетом перенормировок представлен в работе [26].

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

С единым набором параметров среднего поля и факторизованных сил рассчитывались амплитуды  $D$ -фононов (2), параметры гамильтониана МВБ1 (1) с учетом перенормировок и параметры расширенного бозонного гамильтониана (18).

В настоящей работе МЭ квазичастичного остаточного взаимодействия в частично-дырочном и частично-частичном каналах факторизуются единым образом в соответствии с работой [32]. Приведенные МЭ мультипольных операторов определяются через производную по радиусу от центральной части среднего поля, т. е.  $q = \partial V(r)/\partial r Y_J$ , и константы  $G^{(2)} = G_{\tau\tau}^{(2)}$ ,  $G_{\nu\pi}^{(2)} = 0$  и  $\varkappa_{\tau\tau'}^{(2)}$ , квадрупольных факторизованных взаимодействий в частично-частичном (квадрупольное спаривание) и частично-дырочном каналах. Для сил притяжения приняты знаки констант  $G^{(2)} > 0$  и  $\varkappa_{\tau\tau'}^{(2)} > 0$ . Их значения в реальных расчетах варьируются относительно оценок, полученных в работе [32], и в этих единицах  $G^{(2)} = 0,625$ . Оценка для изовекторной константы через изоскалярную часть, полученную там же, равна  $\varkappa_1 = -0,6\varkappa_0$ . Это приводит к значениям  $\varkappa_{nn} = \varkappa_{pp} = 0,4\varkappa_0$ ,  $\varkappa_{pn} = 1,6\varkappa_0$  и  $\varkappa_0 = 1,09$ . Среднее поле принимается в виде сферически-симметричного потенциала Вудса–Саксона. Его параметры взяты из работы [33] в варианте для оболочки 50–82 и дополнительно не варьировались. Использовался широкий спектр одночастичных состояний, вплоть до резонансных



состояний, — всего 26 ( $njl$ ) протонных и столько же нейтронных уровней. Константы монополярного спаривания определялись по значениям парных энергий. Мера корреляций в основном состоянии  $r = \sum \varphi^2 / \sum \psi^2$  была принята весьма малой, равной 0,00225. С данными силовыми константами были произведены расчеты, в результате которых без учета каналов взаимодействия  $V^{(2,3)}$  получены значения параметров  $H_{\text{IBM}}$  (1). Следует отметить, что для рассматриваемого весьма тяжелого ядра задача оказалась сильно нелинейной, что привело к возможности получения различных параметров гамильтониана. Из возможных вариантов представлены два, а соответствующие параметры (1) приведены в табл.1, из которой видно, что их различия не слишком велики, а бозонные энергии, представленные на рис.1, где отмечены как «coll.», весьма заметны. Существенная нелинейность задачи коррелирует и со значением среднего числа квадрупольных бозонов уже в основном состоянии, и, как видно из табл.1, в первом варианте оно равно 16,7, а во втором — 15. Причем полное число бозонов  $\Omega = 28$ . Соответственно, это же приводит к существенному опусканию основного состояния  $SU(6)$ -функции бозонной задачи относительно  $d$ -бозонного вакуума в первом варианте на 25,5 МэВ, во втором — на 25,4.

Таблица 1. Параметры  $H_{\text{IBM}}$  (в МэВ), полученные без учета каналов взаимодействия  $V^{(2,3)}$ , величина  $n_d$  есть среднее число бозонов в основном состоянии, т. е.  $(n_d)_{I=0^+}$ , максимальное число бозонов  $\Omega = 28$ ,  $E(0_1^+)$  — энергии основных состояний, полученные с соответствующими параметрами

Вариант	$\varepsilon_d$	$k_1$	$k_2$	$C_0$	$C_2$	$C_4$	$n_d$	$E(0_1^+)$
I	-0,7651	-0,0388	0,0226	0,0484	0,133	0,0255	16,7	-25,49
II	-0,90503	-0,0354	0,02009	0,1198	0,0843	0,0297	15,0	-25,36

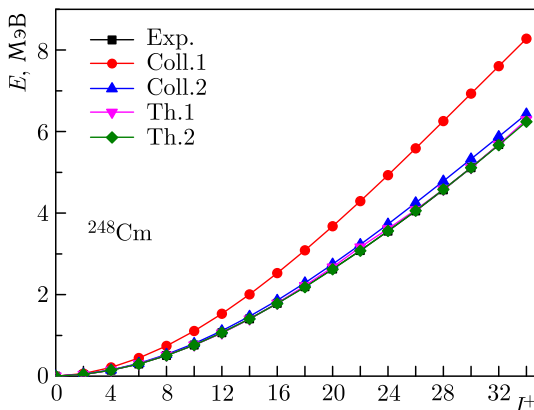


Рис. 1. Энергии состояний ирраст-полосы: «coll.1» и «coll.2» — два варианта расчета без учета каналов взаимодействия  $V^{(2)}$ ,  $V^{(3)}$ ; «th.1», «th.2» и «exp.» — теоретические (в двух вариантах расчета) и экспериментальное [40] значения (в масштабе рисунка они практически сливаются)

Для двух представленных вариантов расчета были взяты различные силовые константы спаривания  $G_n^{(0)}$  и  $G_p^{(0)}$ . В первом варианте это 0,0505 и 0,0729 МэВ, во втором — 0,052 и 0,073.

Как следует из анализа энергий состояний в переходных ядрах и как было учтено уже в работе [34], коллективные состояния, построенные на высокоспиновых фононах или бозонах, после пересечения полос могут отличаться в сторону меньшей коллективности. Это проявляется в больших энергиях  $d$ -бозонных состояний по сравнению с бозонными состояниями, которые строятся на фононном вакууме или для меньших значений моментов инерции. При этом чем больше коллективность, тем меньше их различия. В силу этого при расчете свойств рассматриваемого ядра такое различие относительно энергий возбуждения не учитывалось. Однако следует иметь в виду, что явное присутствие высокоспинового двухквaziчастичного возбуждения, сформированного из уровней среднего поля в валентной оболочке, приводит к сокращению конфигурационного пространства, формирующего амплитуды  $D$ -фононов. Если это может слабо сказаться на энергиях возбуждения коллективных состояний, то на энергию, формирующую основание полос, может сказаться сильнее. Так как в работе структура коллективных состояний в присутствии высокоспиновой пары отдельно не рассматривалась, то соответствующий сдвиг следует учитывать как феноменологический параметр в данной теории. Следует добавить, что учет канала взаимодействия  $V^{(2,3)}$  приводит к сдвигу основного состояния, в данном случае — к заметному. Если в первом варианте расчета это  $-1,77$ , то во втором  $-0,68$  МэВ. Так как за счет четырехквaziчастичных мод, которые не рассматриваются, возможен также некоторый сдвиг полос, построенных не на основном состоянии, то вводимый феноменологически сдвиг может быть как отрицательным, так и положительным. Обозначим его как  $E_0^{(b)}$ , и для первого варианта он принят равным  $-0,83$  МэВ, для второго — наоборот, положительным, а именно  $1,95$ .

Для полосы основного состояния в публикациях часто используют обозначение  $g$ -полосы, которая с некоторого спина перестает быть иррастной, а иррастной становится полоса, построенная на высокоспиновом квази-частичном возбуждении, соответственно, она называется  $s$ -полосой. Для рассматриваемого ядра, в отличие от предыдущих расчетов более легких ядер, не вводится ослабление связи коллективных и квази-частичных состояний.

На рис. 1 также приведены результаты расчета с учетом  $V^{(1,2,3)}$  (взаимодействие  $V^{(1)}$  тоже включено, несмотря на то, что оно уже учтено при рассмотрении перенормировок бозонных параметров, но во втором порядке по взаимодействию его надо учитывать именно совместно с  $V^{(2,3)}$ , аналогично с эффектом интерференции), обозначаемые «th.». На этом же рисунке приведены экспериментальные значения (exp.), которые по существу совпадают с теоретическими в представленном масштабе. Реальное различие не превышает 85 кэВ для первого варианта расчета и 10 кэВ для второго

при  $I^+ < 32^+$ . Несмотря на малое отличие расчетных значений энергий от экспериментальных во втором варианте, тем не менее не воспроизводится небольшое изменение в наклоне момента инерции от квадрата частоты вращения, что демонстрирует, насколько тонким является данный эффект.

Чтобы более четко увидеть различие двух вариантов расчета, на рис. 2 представлены зависимости моментов инерции от квадрата частоты переходов. Экспериментальная кривая обратного загиба не дает, наблюдается лишь слабый излом. В первом варианте, несмотря на то, что в соответствии с рис. 1 имеется удовлетворительное согласие расчета и эксперимента, проявляется явно обратный загиб, который свидетельствует о том, что первый вариант все же дает пересечение полос. Это же подтверждает и бозонный состав волновых функций, представленный на рис. 3. Хотя, как увидим ниже, теоретические значения  $B(E2)$  при этом во всей ираст-полосе не имеют заметных спадов. В этом случае рассмотрение моментов инерции проявляет себя исключительно как чувствительный инструмент для выявления природы состояний ираст-полосы. Следует отметить, что рассмотрение коллективных состояний в околофермиевской области в рамках феноменологии МВБ1 [20] приводит к удовлетворительному описанию ираст-полос вплоть до предельно известных спинов. Это может свидетельствовать о том, что неколлективные высокоспиновые фононы или квазичастичные пары оказывают минимальное влияние на наблюдаемые состояния. Этому соответствует второй вариант расчета. Уже расчет энергий только с гамильтонианом МВБ1 (1) дает значения, близкие к экспериментальным, а следующий учет высокоспиновых мод оказывает не такое большое влияние на результат. Происходит это из-за заметного сдвига энергий, учитываемого за счет введенного параметра  $E_0^{(b)}$ , приведенного в табл. 1. Именно второй вариант дает удовлетворительное описание моментов инерции, приведенных на рис. 2. Таким образом, можно

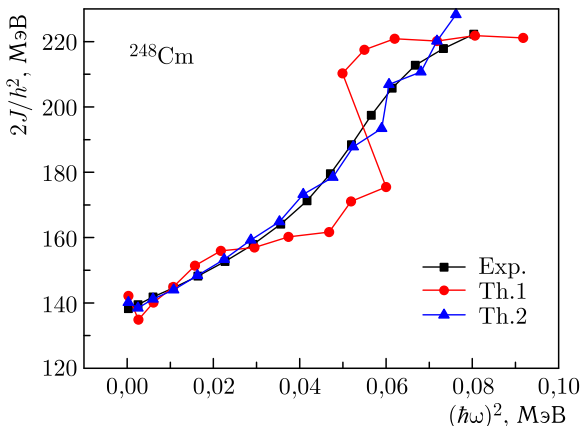


Рис. 2. Зависимость эффективного момента инерции от  $(\hbar\omega)^2$  для ираст-полосы в ядре  $^{248}\text{Cm}$  по экспериментальным значениям энергий для двух вариантов расчета

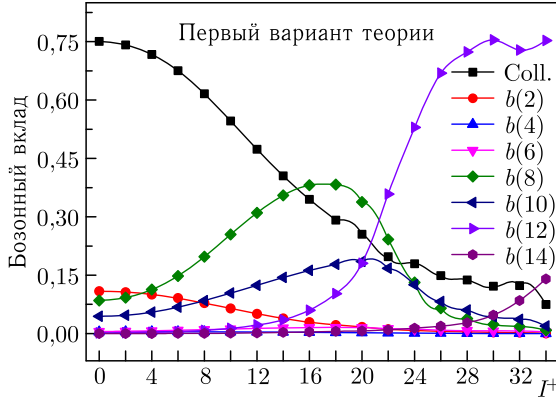


Рис. 3. Бозонный состав волновых функций иррадиационных состояний в первом варианте расчета. «Coll.» — вклад в функцию компонент, содержащих только  $d$ -бозоны;  $b(J)$  — вклад от всех компонент, содержащих различные бозоны с фиксированным моментом  $J$ , т. е.  $\sum_{i_1, c_1} |\alpha_{J, i_1, c_1}|^2$ , где амплитуды  $\alpha$  определяются в (9)

предположить, что отсутствие пересечения полос в рассматриваемой массовой области связано со значительным подъемом состояний, построенных на неколлективных возбуждениях за счет сужения конфигурационного пространства, на котором строятся  $D$ -фононные возбуждения.

По результатам первого варианта расчета пересечение полос, как это видно из рис. 3, осуществляется при спинах  $I^+ = 22^+, 24^+$  за счет замещения, в том числе и чисто коллективной компоненты на компоненту, включающую квазичастичную пару с моментом именно  $12^+$ , а не  $14^+$ . Связано это оказалось с заметным превышением МЭ  $\langle \psi_{c_2} B_{J_2=12} | H | B_{J_1=8,10}^+ \psi_{c_1} \rangle$  над МЭ  $\langle \psi_{c_2} B_{J_2=14} | H | B_{J_1=10}^+ \psi_{c_1} \rangle$ .

Для второго варианта расчета бозонный состав волновых функций представлен на рис. 4. Из него видно, что для всех состояний вплоть до спина  $32^+$  их природа остается практически чисто коллективной. Компоненты с высокоспиновыми парами начинают быть заметными лишь с состояниями с  $I^+ = 20^+$ , доходя далее до 13%.

В работе [35] было отмечено, что только анализ энергетических спектров не может говорить о природе экзбендинга и механизме его формирования. Необходимо привлекать дополнительные данные. К ним, в частности, относятся вероятности переходов между состояниями. Величины  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$  представлены на рис. 5, где расчетные значения получены без введения эффективных зарядов [26]. Параметры оператора  $E2$ -переходов (32) приведены в табл. 2.

То, что при этом удается воспроизвести абсолютные значения  $B(E2)$ , связано не только с большим одночастичным базисом, но и с учетом эффекта поляризации фононного вакуума (см. [26]). Этот эффект вызван примесью к фононному вакууму двухфононных состояний  $DB$ , он существен при рассмотрении фононов в приближении Тамма–Данкова, но

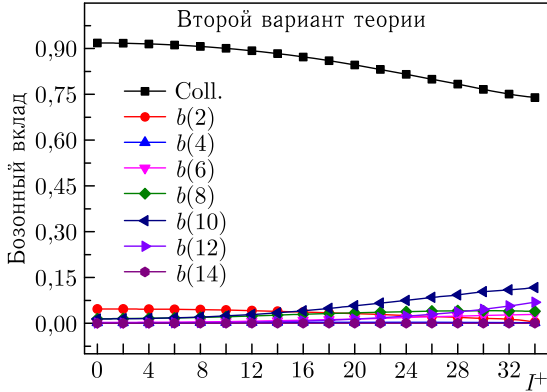


Рис. 4. То же, что и на предыдущем рисунке, но для второго варианта расчета

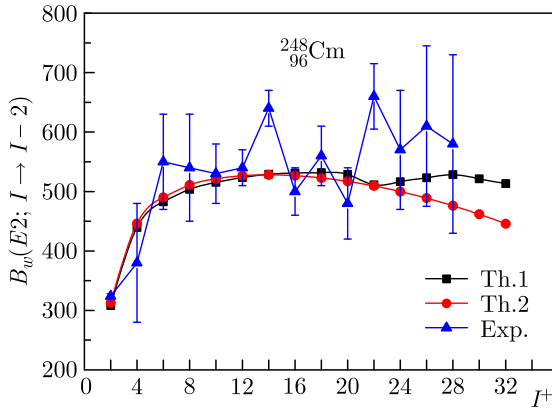


Рис. 5. Теоретические и экспериментальные [40] значения вероятностей  $E2$ -переходов внутри ираст-полос

Таблица 2. **Параметры оператора (32)  $E2$ -переходов,  $e^*$ ,  $e_0^*$  (в  $e \cdot \text{фм}^2$ ) и  $\chi_{E2}$  (безразмерен)**

Вариант	$e^*$	$\chi_{E2}$	$e_0^*$
I	9,9939	-0,991	0,0728
II	9,3154	-1,0917	0,1473

его нет в приближении КМСФ, а в нашем случае он возникает из-за используемой модификации КМСФ.

Как видно из рис. 5, оба варианта расчета в пределах экспериментальной неопределенности дают примерно одинаковое качество описания измерений. В методическом плане любопытен первый вариант тем, что он дает,

хотя и плавное, пересечение полос, но при этом заметного уменьшения значений  $B(E2)$  не происходит.

По нашему мнению, в рассматриваемом тяжелом ядре и во всей соответствующей области реализуется именно то, что дается в описании через второй вариант расчета.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках микроскопической версии МВВ1 с использованием элементарных мод и эффективного факторизованного взаимодействия на основе сферического одночастичного базиса были проанализированы свойства состояний ираст-полосы в ядре  $^{248}\text{Сп}$ . Выяснена возможная причина отсутствия пересечения полос в данной массовой области. Именно факт отсутствия пересечения полос делает тяжелые и сверхтяжелые ядра, возможно, самым подходящим полигоном, на котором можно использовать традиционные ядерные модели.

Большой прогресс в получении интенсивных пучков тяжелых ионов в сочетании с развитием масс-сепараторов, детектирующих систем и методов ядерной спектроскопии позволяет в настоящее время проводить разнообразные исследования структуры ядер в области тяжелых и сверхтяжелых элементов [1–18]. Интерпретация полученных экспериментальных данных требует применения и развития адекватных теоретических моделей. Деформация является одним из фундаментальных свойств атомных ядер. Изучение структуры деформированных трансактинидных ядер дает уникальный материал как для тестирования существующих моделей ядер, так и для предсказания свойств более тяжелых ядер. В ротационных полосах тяжелых и сверхтяжелых ядер может проявляться ряд особенностей. Одна из них — отсутствие обратного загиба (бэкбендинга) в зависимости момента инерции от частоты вращения — проанализирована в данной работе с использованием расширенной модели взаимодействующих бозонов. Другой интересной чертой трансактинидных ядер является возможность проявления деформаций более высокого порядка, чем квадрупольная, в спектрах ядер, особенно в ядрах [36] с числом нейтронов  $N \geq 157$  при приближении к деформированным подболочкам  $Z = 108$  и  $N = 162$ . Для ядер с  $Z > 108$  и  $N > 162$  можно продвинуться в область изменения параметра квадрупольной деформации ядер от положительных значений к отрицательным.

Интересным направлением исследований является изучение бета-распада высокоспиновых изомеров в области тяжелых и сверхтяжелых ядер [20]. Как известно, деление и альфа-распад высокоспиновых изомеров довольно сильно заторможены [37, 38], а при бета-распаде высокоспиновых изомеров могут заселяться уровни с высоким спином вблизи ираст-полосы [20]. Предсказание энергий уровней соответствующей ираст-полосы может быть проведено с использованием предложенной в данной работе модели, что является исключительно полезным при планировании и проведении экспериментов. Для проведения экспериментов в области сверхтяжелых ядер крайне важно иметь представление о свойствах хотя бы нескольких низко-

лежащих уровней в исследуемых ядрах [39]. Представленная в настоящей работе модель является перспективным инструментом как для описания, так и для предсказания свойств ираст-полос в широкой области атомных ядер, включая тяжелые и сверхтяжелые ядра.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Oganessian Yu. Ts.* // Her. Russ. Acad. Sci. 2020. V. 90. P. 207;  
*Oganessian Yu. Ts.* // Vestn. Ross. Akad. Nauk. 2020. V. 90. P. 312.
2. *Oganessian Yu. Ts., Utyonkov V. K.* // Nucl. Phys. A. 2015. V. 944. P. 62.
3. *Oganessian Yu. Ts., Utyonkov V. K., Kovrizhnykh N. D. et al.* // Phys. Rev. C. 2022. V. 106. P. L031301; doi: 10.1103/PhysRevC.106.L031301.
4. *Oganessian Yu. Ts., Utyonkov V. K., Ibadullayev D. et al.* // Phys. Rev. C. 2022. V. 106. P. 024612; doi: 10.1103/PhysRevC.106.024612.
5. *Oganessian Yu. Ts., Sobiczewski A., Ter-Akopian G. M.* // Phys. Scr. 2017. V. 92. P. 023003.
6. *Utyonkov V., Oganessian Yu. Ts., Dmitriev S. et al.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2016. V. 131. P. 06003.
7. *Giuliani S. A., Matheson Z., Nazarewicz W. et al.* // Rev. Mod. Phys. 2019. V. 91. P. 011001.
8. *Block M., Giacoppo F., Heßberger F. P., Raeder S.* Recent Progress in Experiments on the Heaviest Nuclides at SHIP // Riv. Nuovo Cimento. 2022. V. 45. P. 279.
9. *Tezekbayeva M. S., Yeremin A. V., Svirikhin A. I. et al.* // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. P. 52.
10. *Hauschild K., Lopez-Martens A., Chakma R. et al.* // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. P. 6; doi: 10.1140/epja/s10050-021-00657-8.
11. *Kessaci K., Gall B. J. P., Dorvaux O. et al.* // Phys. Rev. C. 2021. V. 104. P. 044609; doi: 10.1103/PhysRevC.104.044609.
12. *Sobiczewski A., Pomorski K.* // Prog. Part. Nucl. Phys. 2007. V. 58. P. 292.
13. *Herzberg R.-D., Cox D. M.* // Radiochim. Acta. 2011. V. 99. P. 441.
14. *Ackermann D., Theisen Ch.* // Phys. Scr. 2017. V. 92. P. 083002.
15. *Ackermann D.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2019. V. 223. P. 01001.
16. *Herzberg R.-D.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2016. V. 131 P. 02004; doi: 10.1051/epjconf/201613102004.
17. *Theisen Ch., Greenlees P. T., Khoo T.-L., Chowdhury P., Ishi T.* // Nucl. Phys. A. 2015. V. 944. P. 333.
18. *Nerlo-Pomorska B., Pomorski K., Quentin P., Bartel J.* // Phys. Scr. 2014. V. 89. P. 054004.
19. *Greenlees P. T., Rubert J., Piot J. et al.* // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 012501.
20. *Ефимов А. Д., Изосимов И. Н.* // ЯФ. 2021. Т. 84. С. 421;  
*Efimov A. D., Izosimov I. N.* // Phys. At. Nucl. 2021. V. 84. P. 660.
21. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. С. 1395;  
*Efimov A. D., Mikhaïlov V. M.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2018. V. 82. P. 1266.

22. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2019. Т. 83. С. 1244;  
*Efimov A. D., Mikhailov V. M.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2019. V. 83. P. 1136.
23. *Ефимов А. Д., Изосимов И. Н.* // ЯФ. 2021. Т. 84. С. 298;  
*Efimov A. D., Izosimov I. N.* // Russ. J. Nucl. Phys. 2021. V. 84. P. 408.
24. *Ефимов А. Д.* // ЯФ. 2020. Т. 83. С. 380;  
*Efimov A. D.* // Russ. J. Nucl. Phys. 2020. V. 83. P. 651.
25. *Diebel M., Mosel U.* // Z. Phys. A. 1981. V. 303. P. 131.
26. *Ефимов А. Д., Михайлов В. М.* // Изв. РАН. Сер. физ. 2013. Т. 77. С. 948;  
*Efimov A. D., Mikhailov V. M.* // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2013. V. 77. P. 862.
27. *Janssen D., Jolos R. V., Donau F.* // Nucl. Phys. A. 1974. V. 224. P. 93.
28. *Arima A., Iachello F.* // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 35. P. 1069.
29. *Marumori T., Takada K., Sakata F.* // Prog. Theor. Phys. Suppl. 1981. V. 71. P. 1.
30. *Марч Н., Янг У., Сампантхар С.* Проблема многих тел в квантовой механике. М.: Мир. 1969;  
*March N. H., Young W. H., Sampanthar S.* The Many-Body Problem in Quantum Mechanics. Cambridge: Univ. Press, 1967.
31. *Efimov A. D., Mikhailov V. M.* // Eur. Phys. J. Web Conf. 2012. V. 38. P. 17005.
32. *Bohr A., Mottelson B.* Nuclear Structure. New York: Benjamin, 1975, V. 2.
33. *Isakov V. I., Erokhina K. I., Mach H., Sanchez-Vega M., Fogelberg B.* // Eur. Phys. J. A. 2002. V. 14. P. 29.
34. *Efimov A. D., Mikhailov V. M.* // Phys. Rev. C. 1999. V. 59. P. 3153.
35. *Xu G.-O., Zhang J.-Y.* // Nucl. Phys. A. 1980. V. 343. P. 189.
36. *Asai M., Heßberger F. P., Lopez-Martens A.* // Nucl. Phys. A. 2015. V. 944. P. 308.
37. *Heßberger F. P.* // Eur. Phys. J. A. 2017. V. 53. P. 75.
38. *Heßberger F. P., Antalic S., Suligano B. et al.* // Eur. Phys. J. A. 2010. V. 43. P. 55.
39. *Ефимов А. Д., Изосимов И. Н.* // Письма в ЭЧАЯ. 2021. Т. 18, № 6(238). С. 551;  
*Efimov A. D., Izosimov I. N.* // Phys. Part. Nucl. Lett. 2021. V. 18, No. 6. P. 658.
40. National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory; <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/>.

Получено 24 ноября 2022 г.



Редактор *Е. В. Григорьева*

Подписано в печать 20.12.2022.

Формат 60 × 90/16. Бумага офсетная. Печать цифровая.

Усл. печ. л. 1,375. Уч.-изд. л. 1,82. Тираж 120 экз. Заказ № 60565.

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
141980, г. Дубна, Московская обл., ул. Жолио-Кюри, 6.

E-mail: [publish@jinr.ru](mailto:publish@jinr.ru)

[www.jinr.ru/publish/](http://www.jinr.ru/publish/)